Uludağ Üniversitesi
Eğitim Fakültesi
Dergisi
http://kutuphane. uludag. edu. tr/Univder/uufader. htm

# İlköğretim Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Olasılıkla İlgili Temel Kavramları Anlama Düzeyleri

Dilek Sezgin Memnun, Murat Altun, Aslıhan Yılmaz

*Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü*
*dsmemnun@uludag.edu.tr, maltun@uludag.edu.tr, aslihan@uludag.edu.tr*

## ÖZET

Olasılık, öğrencilerin hala anlamada zorlandıkları bir alt öğrenme alanıdır. Bu çalışmada, sekizinci sınıf öğrencilerin olasılığa ilişkin temel kavramları anlama düzeyleri ve bu kavramları uygulama becerileri incelenmiştir. Çalışma, bir ilköğretim okuluna devam etmekte olan 90 sekizinci sınıf öğrencisi üzerinden yürütülmüştür. Çalışmanın verileri, toplam 5 açık uçlu sorudan oluşan bir *olasılık başarı testi*nden elde edilmiştir. Öğrencilerin açık uçlu sorulara verdikleri cevaplardan elde edilen veriler incelenmiş, yüzde ve frekans analizi ile çözümlenmiştir. Çalışmanın sonunda; olasılık kavramlarının öğrenilmesinde öğrencilerin hazır bulunuşluk düzeyinin oldukça önemli olduğu ve bazı olasılık kavramlarının öğrenilmesinde öğrencilerin gelişmişlik düzeylerinin önemli bir rol oynadığı ortaya çıkmıştır. Özellikle de, öğrencilerin örnek uzay kavramını anlama ve kullanmada, olasılık olayları ile ilgili muhakeme yapmada ve ayrık olay, bağımsız olay gibi bazı olasılık kavramlarını anlamlandırmada zorlandıkları gözlenmiştir.

**Anahtar Sözcükler:** Olasılık Öğretimi, Deneysel Olasılık, Teorik Olasılık.

# Elementary School Eight Grade Students' Levels of Comprehending Basic Concepts Relating to Probability


## ABSTRACT

Probability is a sub-learning domain that is still challenging for students. In this paper, we investigated the understanding levels of the concepts related with the probability and practising abilities of the eight level students. In this study, the sample group consisted of ninety eight level students who were enrolled in a primary education school. The data of the study were collected by the use of an achievement test on the concept of probability which was composed of 5 open ended questions. The data, gathered from students' answers to the open ended questions were investigated and analysed by the use of percentage and frequency analysis. The results of the study revealed a significant importance of the students' maturity on the learning of probability concepts and also indicated that students' developmental level played a key role in the perception of some of the probability concepts. Moreover, it is also pointed out that students had difficulties in the interpretation of some of the probability concepts in understanding and using the sample spatial concept and in doing probabilistic reasoning.


**Key Words:** Teaching of Probability, Experimental Probability, Theoretical Probability.

## GİRİŞ

Son yıllarda öğrencilerin olasılık ve istatistik konularında nasıl düşündükleri, öğrenci düşüncelerinin nasıl değiştiği ile ilgilenen çalışmaların sayısı artmıştır. Kurumların (Örneğin; National Council of Teachers of Mathematics-NCTM, 2000) tüm çocukların büyük bir olasılık ve istatistik farkındalığı geliştirmesinin önemini dile getirmeye başlamış olması ve bununla birlikte okul programlarında olasılığa vurgu yapılması, son yıllarda yapılan çalışmaların birçoğunun olasılık öğrenme ve öğretmeyi araştırmasına neden olmuştur (Shaughnessy, 1992). Matematiğin bu dalının önemini fark eden dünyanın pek çok ülkesi de, olasılık teorisini ilköğretim ders programlarının içine dahil etmiştir (Munisamy ve Doraisamy, 1998).

Olasılık konusu, matematiğin en önemli amaçlarından biri olan bağımsız yaratıcı düşünme becerisini ve temel bir düşünme tipi olan olasılığa dayalı düşünme becerisini geliştirmesi bakımından önemli bir konu (Gürbüz, 2007) olmasına rağmen, olasılık kavramlarının öğretiminde çeşitli nedenlerle zorluklar yaşanmaktadır. Özellikle, öğrenciler muhakeme etme becerisini kullanmada büyük zorluklar yaşamaktadırlar (Truran, 1985;

Shaughnessy, 1992; Batanero ve ark., 1996; Fischbein ve Schnarch, 1997; Munisamy ve Doraisamy, 1998; Lawrence, 1999; Gates, 2001; Vickers, 2000; Kafoussi, 2004). Yani, pek çok çocuk için olasılıksal kavrayış çok da kolay elde edilebilecek bir beceri değildir. Öğrencilerin çoğunun pek çok olasılık kavramı hakkında bir anlayış geliştirmede ve bu anlayışın dışında da olasılık olayları hakkında neden bulmada zorlukları vardır (Munisamy ve Doraisamy, 1998). Assessment of Performance Unit (APU) tarafından 1985'de yayınlanan sonuç bildirgesinde de, olasılık kavramlarının anlaşılması zor kavramlardan biri olduğu belirtilmiş ve bu kavramları doğru bir şekilde kullanmayı öğrenen çocuk sayısının çok az olduğu açıklanmıştır (Akt. Çelik ve Güneş, 2007). Olasılık hesabı, kesirlerle yapılan basit bir hesaplama olarak görünebilmesine rağmen öğrencilerin olasılığı anlaması için çok çaba göstermeleri gerekmektedir (NCTM, 2000). Aşağıda özetlenen çalışmalar olasılık öğretimindeki bu sorunu ortaya koymaktadır.

Piaget ve Inhelder (1975) olasılık kavramlarının tam olarak anlaşılabilmesinin ergenlik çağında gerçekleştiğini açıklamış, Green (1979) öğrencilerin sorulara mantıktan çok önsezileriyle cevap vermeleri ve eş olasılıklı durumlar açıkça belirtildiği halde bile hala tercihlerini bir tarafı seçme yönünde kullanmaları nedeniyle, başta eş olasılık olmak üzere birçok olasılık kavramını anlamlandırmada güçlük çektiklerini belirtmiştir. Carpenter, Corbitt ve Kepner (1981) ise öğrencilerin kesir, ondalık kesir, kesir karşılaştırması ve yüzde konularındaki ön bilgi ve becerilerinin yetersiz oluşunun olasılık kavramının öğrenilmesini olumsuz etkilediğini ifade etmiştir. Truran (1985)'a göre de, olasılık kavramının algılanışı yaşa göre değişiklik göstermektedir. Bar-On ve Or-Back (1988), kümeler konusundaki ön bilgi ve beceri eksikliğinin olasılık kavramının öğretimini olumsuz etkilediğini açıklamıştır. Ficshbein ve Schnarch (1996, 1997) ise, zihinsel şemanın yaş ile ilişkili olduğunu ve yaş ile geliştiğini, öğrencilerin formal muhakeme yapmaya başlamaları ile birlikte yeni öğrenmelere karşı direnç gösterdiklerini ve bu nedenle de başarılı olamadıklarını belirtmiştir. Batanero ve arkadaşlarına (1996) göre, bir deneyin sonuçlarının bağımsızlığı prensibi de yine yaş ile birlikte gelişmektedir. Öğrenciler, yaşları ilerledikçe muhakeme ve nedensellik prensibi gibi konularda çalışmaya daha istekli olmaktadırlar fakat yine de problemleri çözmede yeterli değildirler. Jones, Thornton ve arkadaşları (1996) ise, örnek uzay kavramının geç gelişmesinin öğrencilerin olasılığı öğrenmelerini sınırlandırdığından ve Jones, Langrall ve arkadaşları (1999) öğrencilerin düşünme profillerinin tutarlı ve güçlü olmasının öneminden bahsetmiştir. Nicolson (2005) ise, öğrencilerin istatistik ve olasılığın temelinde yer alan sayılar ve kesirlerle ilgili bilgi yapılarını, çarpma ile ilgili düşünme ve hesaplama becerilerini, oran ve

orantı fikirlerini ve günlük yaşantıdaki durumlar hakkında önsezilerini geliştirmek için daha çok formal ve informal deneyime ihtiyaç duyduklarını belirtmiştir.

Yabancı literatürde, öğrencilerin olasılıksal düşünmeleri üzerine yapılmış pek çok araştırma olmakla birlikte (Green, 1979; Batanero, Serrano ve Garfield, 1996; Jones, Thornton ve ark., 1996; Fischbein ve Schnarch, 1996, 1997; Jones, Langrall ve ark., 1999; Vickers, 2000; Greer, 2001; Kafoussi, 2004; Nicolson, 2005), yurt içinde yapılmış olan çalışmaların sayısı oldukça azdır (Bulut, 1994; Gürbüz, 2007). Bununla birlikte, olasılık alt öğrenme alanı ülkemizde hem öğretmen hem de öğrencilerin işlenişinde zorluk çektikleri alt öğrenme alanlarının başında gelmektedir (Bulut, 1994; Boyacıoğlu, Erduran ve Alkan, 1996; Bulut, Ekici ve İşeri, 1999). Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) tarafından 1999 ve 2007 yıllarında ilköğretim düzeyinde yapılan karşılaştırmalarda bu durumu destekler niteliktedir (Milli Eğitim Bakanlığı, 2003; International Association for the Evaluation of Educational Achievement). Yani, ülkemizde de olasılık kavramlarının yeterince öğrenilememesi önemli meselelerden biridir. Konunun etkili öğretimi gerekli olan değişiklikleri yapmayı, öğrenmedeki zorlukları ve bu zorlukların kaynaklarını ortaya koymayı gerekli kılmaktadır. Bu nedenle, öğrencilerin düşünme modellerinin ve bu düşünce modelleri üzerine gidilerek öğrenim çıktısının belirlenmesi gerekmektedir (Vickers, 2002). Bu çalışmanın amacı, "Olasılığın temel kavramlarının (olasılık değeri, imkânsız olay, kesin olay, ayrık olay, iki olayın birlikte gerçekleşme olasılığı, iki olaydan birinin gerçekleşme olasılığı, bir olayın değili, bağımsız olay) farklı başarı düzeyindeki öğrenciler tarafından anlaşılma düzeyi nedir?" ve "Öğrenciler bu anlamaya bağlı olarak uygulama yapabilmekte midir, yapabiliyor ise hangi düzeyde yapabilmektedir?" sorularına cevap bulmaktır.

## YÖNTEM

Bu çalışmada, belirlenen bir ilköğretim okulunda okumakta olan sekizinci sınıf öğrencilerinin olasılığın temel kavramlarını anlama düzeyleri ve uygulama becerileri incelenmiştir. Bu amaçla, öğrencilere *olasılık başarı testi* uygulanmış ve öğrencilerin bu testte yer alan her soruya verdikleri cevaplar yüzde ve frekans analizi ile çözümlenmiştir.

### Çalışma Grubu

Çalışma grubunu, Bursa ili Osmangazi ilçesinde bulunan bir devlet ilköğretim okuluna devam eden sekizinci sınıf öğrencileri oluşturmuştur. Bu

okuldaki öğrenciler, okul yönetiminin verdiği bilgiye göre öğretimin sürdürülmesinde kolaylık sağlamak amacıyla başarı düzeylerine göre üç farklı şubeden oluşturulmuştur. Başka bir ifadeyle, öğrenci grupları araştırma öncesinde başarı düzeylerine göre (çok düşük, düşük, yüksek) üç grup halindedir. Çalışma bu üç şubenin tamamını kapsayacak şekilde planlanmıştır.

Bu aşamada, öncelikle bu öğrencilerin genel matematik başarıları incelenmiştir. Bu amaçla, çalışma öncesinde öğrencilerin genel başarılarını ölçen bir *düzey belirleme testi* hazırlanmış ve öğrenme ortamı koşulları ile öğrencilerin sosyo-ekonomik ve sosyo-kültürel düzeyleri bakımından çalışmanın yapılacağı okullara denk olduğu düşünülen ikinci bir okulun 78 öğrencisine uygulanmıştır. Elde edilen sonuçlar madde analizine tabi tutularak testle korelasyonu düşük olan bazı maddeler elenmiş, soru sayısı 20'ye düşürülmüş ve hazırlanan testin amaca uygunluğu ile ilgili uzman görüşü alınmıştır. Öğrenci cevap kâğıtlarından düzey belirleme testi için hesaplanan Cronbach alfa güvenirlik katsayısı 0.86'dır. 20 sorudan oluşan *düzey belirleme testi*, çalışma kapsamına alınan tüm sekizinci sınıf öğrencilerine eş zamanlı olarak uygulanmış ve her soru 1 puan olarak değerlendirilmiş, öğrencilere toplam 20 üzerinden başarı notları verilmiştir. Ardından, bu puanlar 100 puan üzerinden tekrar hesaplanmıştır. Uygulanan testin sonuçları da okul yönetiminin verdiği bilgiyi doğrulamıştır ve bunun sonucunda 8-A şubesi çok düşük başarılı, 8-B şubesi düşük başarılı ve 8-C şubesi ise yüksek başarılı olarak kabul edilmiştir. Tablo 1'de yapılan istatistiksel analizlerin sonuçları görülmektedir.

**Tablo 1:** Öğrencilerin Genel Matematik Başarılarının Belirlenmesi Amacıyla Hazırlanan Düzey Belirleme Testi Sonuçları İle İlgili İstatistikler

| **Şubeler** | **Başarı Düzeyi** | **n** | $\bar{x}$ | **S** |
|---|---|---|---|---|
| 8-A şubesi | Çok Düşük | 30 | 38.2 | 19.2 |
| 8-B şubesi | Düşük | 30 | 44.5 | 14.9 |
| 8-C şubesi | Yüksek | 30 | 72.8 | 19.9 |
| Genel | Genel | 90 | 52.2 | 23.7 |

**Ölçme Araçları ve Verilerin Toplanması**

Çalışmanın verileri, toplam 5 açık uçlu sorudan oluşan bir *olasılık başarı testi*nin dersin öğretmenleri ile birlikte uygulanması sonucu elde edilmiştir. Hazırlanan *olasılık başarı testi*nde yer alan sorular (olasılık başarı testi soruları bulgular bölümünde verilmiştir), daha önce yapılmış olan çalışmalardaki bulgular ile ilköğretim ders programında yer alan alt konular dikkate alınarak oluşturulmuştur. Soruların temel amacı, öğrencilerin düşünce biçimlerini ortaya koymaktır. Öğrencilerin problem çözme süreçlerini ve düşünme biçimlerini anlayabilmek için, bazı sorularda alt sorulara yer verilmiştir.

Bu çalışmada yer alan birinci ve dördüncü sorular mantıksal çıkarım yapabilme ve olasılığı gerçek hayat problemlerinin çözümünde kullanabilme ile; ikinci, üçüncü ve beşinci sorular temel olasılık bilgisine sahip olma ve bunları karmaşık problemlerde kullanabilme ile ilgilidir. Bununla birlikte, her bir sorunun diğerlerinden en az bir farklı soruluş amacı da bulunmaktadır. Birinci soru öğrencilerin olasılık kavramı üzerinde düşünme biçimlerini anlama ve örnek uzay kavramının anlaşılıp anlaşılmadığını ortaya koyma amacıyla hazırlanmış bir sorudur. Örnek uzay kavramının iyi bilinmesinin olasılık kavramlarının anlaşılabilirliği için önemi literatür ile (Jones, Thornton ve ark., 1996) desteklenmiş ve bu nedenle bu soru test kapsamına alınmıştır. İkinci soru, öğrencilerin ayrık olay kavramını anlayıp anlamadıklarını ortaya koyma amacıyla hazırlanmış bir sorudur ve bu soruyu cevaplandırma bir ölçüde küme ile ilgili temel bilgilere dayanmaktadır. Üçüncü soru ise öğrencilerin olasılık, iki olayın birleşimi (iki olaydan en az birinin gerçekleşmesi), kesin olay ve imkansız olay bilgisini ve bunları problem çözmede kullanma becerisini ortaya koyma amacıyla hazırlanmış olan bir sorudur ve 6 alt sorudan oluşmuştur. Dördüncü soru, olasılık bilgisinden hareket ederek öngörü geliştirmeyi gerektirmekte ve mantıksal çıkarım yapmak suretiyle olasılığın ne ölçüde işe yaradığını göstermektedir. Beşinci soru, üçüncü soruya benzemektedir fakat üçüncü soruda kullanılan materyal bir özellik (renk) taşımakta iken, beşinci soruda kullanılan materyal iki özellik (biçim ve renk) taşımaktadır. Öğrenciler bu soruya doğru cevap verebilmek için her iki özelliği göz önüne almak durumundadırlar. Beşinci soru, öğrencilerin olasılık, bir olayın değili (tümleyeni), iki olayın birlikte gerçekleşmesi, ayrık olay ve bağımsız olay hakkındaki bilgisini ve bunları problem çözmede kullanma becerisini ortaya koyma amacıyla hazırlanmıştır ve 7 alt sorudan oluşmuştur. Sonuç olarak; ikinci, üçüncü ve beşinci soru temel olasılık bilgisine sahip olma ve bunları giderek karmaşıklaşan problemlerde kullanma ile ilgili iken, birinci ve dördüncü soru olasılık kavramını anlama ve günlük hayattaki olaylarda bu anlayıştan yararlanma ile

ilgili olan sorulardır. Öğrencilere, *olasılık başarı testi*nde yer alan soruları cevaplamaları için 60 dakika süre verilmiştir.

**Verilerin Analizi**

Çalışmaya katılan öğrencilerin *olasılık başarı testi*ndeki her soruya verdikleri cevaplar incelenmiş, elde edilen veriler yüzde ve frekans analizi ile çözümlenmiştir.

Cevapların değerlendirilmesinde, soruların seçiliş amaçları göz önüne alınmıştır. Sorulara verilen cevaplar *doğru cevap, kısmen doğru cevap, hatalı cevap* ve *cevap yok* şeklinde sınıflandırılmış ve tablolarda gösterilmiştir (Tablo 2, 3, 4 ve 6). Cevaplar; sorunun tam olarak cevaplanması veya doğru yoruma rağmen cevabın aritmetik hata içermesi halinde *doğru cevap*, sorularda yer alan alt soruların bir bölümüne doğru cevap verildiği halde bir bölümüne cevap verilememesi veya hatalı cevap verilmesi halinde *kısmen doğru cevap*, soruya tümüyle ilgisiz ve yanlış cevaplar verilmesi halinde *hatalı cevap* olarak değerlendirilmiştir. Çalışmaya katılan öğrencilerin soruları gerçekçi ve bilgilerini yansıtacak bir biçimde cevapladıkları varsayılmıştır. Aşağıda, her bir soruya verilen cevaplara ilişkin bulgulara yer verilmiştir.

## BULGULAR ve YORUM

Bu çalışmanın bulguları, çalışmada yer alan soruların ortaya koyacağı farklı yanlar dikkate alınarak her bir soru için ayrı ayrı verilmiştir.

**Birinci Soruya ait Bulgular**

“



*A* *B* *C*

*Yandaki torbalardan herhangi birinden bir top çekeceğinizi ve siyah çıkarsa bir ödül alacağınızı düşünün. Şansınızı hangi torba ile denemek istersiniz?*

*Seçiminizin en iyi seçim olduğunu nasıl kanıtlarsınız?”*

şeklindeki **birinci** soruya öğrencilerin verdikleri cevaplardan elde edilen bulgular frekans ve yüzdeleriyle birlikte Tablo 2’de verilmiştir.

**Tablo 2:** Birinci Soruya Verilen Cevaplara Ait Frekans ve Yüzdeler

| | Başarı Düzeylerine Göre Şubeler | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Çok Düşük / 8-A | Düşük / 8-B | Yüksek / 8-C | Genel |
| | Frekans (Yüzde) | Frekans (Yüzde) | Frekans (Yüzde) | Frekans (Yüzde) |
| | f (%) | f (%) | f (%) | f (%) |
| Doğru cevap | 12 (40) | 14 (46) | 23 (77) | 49 (54) |
| Hatalı cevap | 6 (20) | 8 (27) | 1 (3) | 15 (17) |
| Cevap yok | 12 (40) | 8 (27) | 6 (20) | 26 (29) |

Tablo 2'de verilen frekans ve yüzde değerleri incelendiğinde, çalışmaya katılan öğrencilerin büyük bir bölümünün (%71) soruyu cevaplandırmaya çalıştığı, bu öğrencilerin yarısından fazlasının (%54) ise soruyu doğru cevaplandırdığı görülmektedir. Bununla birlikte, çalışmaya katılan şubelerin başarı düzeyi arttıkça sorunun cevaplandırılma oranı da, doğru cevaplandırılma oranı da artış göstermiştir. Başarı düzeyi düşük ve çok düşük olan şubelerin soruyu hatalı cevaplama oranlarının (%27 ve %20) başarı düzeyi yüksek olan şubeye (%3) kıyasla oldukça yüksek olması da dikkati çekmektedir. Bu durum ise, öğrencilerin matematik başarı düzeylerinin yüksek olmasının konunun anlaşılabilirliğini arttırdığını ve yanlış anlamaların önüne geçtiğini göstermektedir.

Soruya hatalı cevap veren öğrencilerin cevapları incelendiğinde, doğru cevabın "B torbası" olacağını düşünen sadece 1 öğrenci olduğu ve bu öğrencinin de başarı düzeyi düşük olan şubede okumakta olduğu anlaşılmıştır. Bu öğrenci, en fazla top B torbasında olduğu için "B torbası" cevabını verdiğini de ifade etmiştir. Yani, öğrenci en fazla top olan torbadan siyah çekme olasılığının daha yüksek olduğunu düşünmüştür. Soruyu hatalı cevaplayan diğer öğrenciler (14) ise, doğru cevabın "A torbası" olduğunu ifade etmişlerdir. Bu öğrencilerden biri A torbasındaki siyah ve beyaz top sayıları nedeniyle "A torbası" cevabını verdiğini ifade etmiştir ve başka bir açıklama da getirmemiştir. Cevabın "A torbası" olduğunu belirten diğer öğrenciler (13) ise, sadece siyah top sayısını düşünerek hareket etmiş ve torbalardaki siyah top sayılarına bakarak en çok siyah top içeren torba olan A torbasının cevap olduğuna karar vermişlerdir. Yani, soruyu cevaplayan öğrenciler (%71) arasından bir grup öğrenci (%17) torbalardaki toplam top sayısını göz önüne almamıştır. Bu durum soruyu yanlış cevaplayan öğrencilerin örnek uzay kavramını tam olarak anlayamadıklarını ve olasılık kavramının hesabında kullanamadıklarını göstermektedir. Bu öğrencilere ait yüzde oranının yüksek olması (%17) ve çoğunluğunun (%92) başarı düzeyi yüksek olmayan şubelerde okumakta olması ise, olasılık kavramının

matematiksel ifadesinin anlaşılmasının öğrencilerin başarı düzeyleri ile ilişkili olduğunu düşündürmektedir.

Sorunun ikinci kısmında, *"Seçiminizi nasıl kanıtlarsınız?"* sorusunu cevaplamak için öğrenciler olasılık hesaplama girişiminde bulunmuşlardır. Toplam 21 öğrenci olasılık hesaplamaya çalışırken, kesirleri doğru göstermiştir ve kesir karşılaştırmalarını da doğru yapmıştır. Dokuz öğrenci (%10) ise, her bir torbadan siyah çekme olasılığını hesaplarken kesir şeklinde ifade etme veya kesir karşılaştırması yapmada hatalı davranmıştır. Hatalı davranışı gösteren 4 öğrenci yüksek başarılı, 4 öğrenci düşük başarılı ve 1 öğrenci ise çok düşük başarılı olarak sınıflandırılmış şubelerin öğrencisidir. Bu öğrencilerden yüksek başarılı ve düşük başarılı şubelerde bulunan 2 öğrenci olasılığı torbadaki toplam top sayısının siyah top sayısına bölümü olarak, yüksek başarılı şubede bulunan 1 öğrenci torbadaki siyah top sayısının beyaz top sayısına bölümü olarak ve düşük başarılı şubesinde bulunan 1 öğrenci ise torbadaki beyaz top sayısının siyah top sayısına bölümü olarak hesaplamıştır. Hatalı cevap veren diğer 5 öğrenci ise, olasılık değerlerini doğru yazdıkları halde kesir karşılaştırması yapamayan öğrencilerdir.

**İkinci Soruya ait Bulgular**

*"Bir zar atıldığında gelen sayılarla ilgili üç olay şöyledir:*

*A = {2, 3, 5}, B = {2, 4, 6}, C = {1, 3, 5}*

*Bunlardan hangileri ayrık olaylardır, hangileri değildir?*

*a) A ile B .....*

*b) A ile C .....*

*c) B ile C ....."* şeklinde verilen **ikinci soru**ya verilen cevaplara ait frekans ve yüzdeler Tablo 3'te verilmiştir.

**Tablo 3:** İkinci Soruya Verilen Cevaplara Ait Frekans ve Yüzdeler

| | **Başarı Düzeylerine Göre Şubeler** | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Çok Düşük / 8-A | Düşük / 8-B | Yüksek / 8-C | Genel |
| | Frekans (Yüzde) | Frekans (Yüzde) | Frekans (Yüzde) | Frekans (Yüzde) |
| | f (%) | f (%) | f (%) | f (%) |
| Doğru cevap | 16 (53) | 18 (60) | 19 (63) | 53 (59) |
| Hatalı cevap | 3 (10) | 1 (3) | 1 (3) | 5 (6) |
| Cevap yok | 11 (37) | 11 (37) | 10 (33) | 32 (36) |

Tablo 3'te verilen frekans ve yüzde değerleri incelendiğinde; başarı düzeyi çok düşük olan şubede öğrencilerin %53'ünün, başarı düzeyi düşük olan şubede öğrencilerin %60'ının ve başarı düzeyi yüksek olan şubede öğrencilerin %63'ünün soruyu doğru cevaplandırdığı görülmektedir. Buradan da, öğrencilerin yarısından fazlasının ayrık olay kavramını anladığı sonucuna ulaşılmaktadır.

**Üçüncü Soruya ait Bulgular**

*"Şekildeki torbanın içinde, üzerinde 1'den 6'ya kadar olan farklı 6 rakamdan biri yazılı olan 6 top bulunmaktadır. Aşağıda verilen soruları bu torbayı düşünerek cevaplayın.*



** Torbadan çekilen bir topun 1 numaralı top olma olasılığı nedir?*

** Torbadan çekilen bir topun üzerinde tek sayı bulunan bir top olma olasılığı nedir?*

** Torbadan çekilen bir topun 3'ten büyük numaralı bir top olma olasılığı nedir?*

** Torbadan çekilen bir topun 2 ya da 3 numaralı bir top olma olasılığı nedir?*

** Torbadan çekilen bir topun 7 numaralı top olma olasılığı nedir?*

** Torbadan çekilen bir topun 8'den küçük numaralı bir top olma olasılığı nedir?"* şeklindeki **üçüncü soru** toplam 6 alt sorudan oluşmuştur ve bu soruya verilen cevaplara ait başarı frekans ve yüzdeleri Tablo 4'te verilmiştir.

**Tablo 4:** Üçüncü Soruya Verilen Cevaplara Ait Başarı Frekans ve Yüzdeleri

| | **Başarı Düzeylerine Göre Şubeler** | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Çok Düşük / 8-A | | Düşük / 8-B | | Yüksek / 8-C | | Genel | |
| | Frekans | (Yüzde) | Frekans | (Yüzde) | Frekans | (Yüzde) | Frekans | (Yüzde) |
| | f | (%) | f | (%) | f | (%) | f | (%) |
| Doğru cevap | 17 | (57) | 22 | (73) | 24 | (80) | 63 | (70) |
| Kısmen doğru cevap | 7 | (23) | 6 | (20) | 6 | (20) | 19 | (21) |
| Cevap yok | 6 | (20) | 2 | (7) | 0 | (0) | 8 | (9) |

Bu soruya verilen cevaplar incelendiğinde, öğrencilerin genelinde büyük oranda başarı sağlandığı (%70) ve şubelerin başarı düzeyi arttıkça sorunun başarı oranının da arttığı görülmektedir. Başarı düzeyi çok düşük olan şubedeki doğru cevap verme oranı %57 iken, doğru cevap verme oranı başarı düzeyi düşük olan şubede %73'e ve başarı düzeyi yüksek olan şubede ise %80'e çıkmıştır. *Kısmen doğru cevap* vermiş olan 19 öğrenci (%21), ilk 3 alt soruyu doğru cevaplandırmış olmakla birlikte son 3 alt sorunun bir kısmını ya da tamamını hatalı cevaplandırmış olan öğrencilerdir. Bu 3 alt soruya verilen hatalı cevaplar Tablo 5'te frekanslarıyla birlikte verilmiştir.

**Tablo 5:** Üçüncü Soruya Verilen Hatalı Cevaplar ve Bu Cevaplara Ait Frekanslar

| | **Başarı Düzeylerine Göre Şubeler** | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Çok Düşük / 8-A | Düşük / 8-B | Yüksek / 8-C | Genel |
| **Hatalı cevaplar** | Frekans (f) | Frekans (f) | Frekans (f) | Frekans (f) |
| * Torbadan çekilen bir topun 2 ya da 3 numaralı bir top olma olasılığı nedir? | | | | |
| 4/6, 3/6, 7/6 | 4 | 2 | 2 | 9 |
| 1/6 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1/2.1/2=1/4 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0'dır. | 0 | 0 | 1 | 1 |
| Olamaz. | 0 | 1 | 0 | 1 |
| * Torbadan çekilen bir topun 7 numaralı top olma olasılığı nedir? Böyle olaylara ne denilmektedir? | | | | |
| 1/6 | 3 | 1 | 0 | 4 |
| Böyle bir top yoktur.Ayrık olay. | 0 | 0 | 1 | 1 |
| * Torbadan çekilen bir topun 8'den küçük numaralı bir top olma olasılığı nedir? | | | | |
| 8/6 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 7/8 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 7/6 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 6/8 | 2 | 3 | 3 | 8 |

Tablo 5'te verilen hatalı cevaplar incelendiğinde, 19 öğrencinin sorunun bazı alt maddelerini hatalı cevaplandırdığı görülmektedir ve alt sorulara verilen hatalı cevapların bir kısmı öğrencilerin yanlış algılamaları (kavram yanılgıları) sonucu gelişmiştir. Örneğin, "*Torbadan çekilen bir topun 2 ya da 3 numaralı bir top olma olasılığı nedir?*" şeklindeki alt soruda, başarı düzeyi yüksek şubede bulunan 1 öğrenci hem 2 hem de 3 numaralı topların aynı anda çekilemeyeceği düşüncesiyle "*0'dır.*" cevabını

vermiştir. Aynı soruya, başarı düzeyi düşük olan şubede okumakta olan bir başka öğrenci de hem 2 hem de 3 numaralı topların aynı anda çekilemeyeceğini düşünmüş ve böyle olayların olamayacağını ifade etmiştir. Başarı düzeyi yüksek olan şubede bulunan bir başka öğrenci ise, olasılık hesaplarken torbada bulunan top sayısını düşünmemiş ve toplam top sayısının 2 olduğu düşüncesiyle 2 numaralı topun çekilme olasılığının 1/2 ve 3 numaralı topun çekilme olasılığının da 1/2 olacağını düşünmüş ve "*1/2.1/2=1/4*" şeklinde cevap vermiştir. Bu şubede bulunan 1 öğrenci de "*1/6*" şeklinde cevap vermiş yani sadece 2 numaralı topun ya da sadece 3 numaralı topun çekileceği düşüncesiyle hareket etmiş ve torba içinde bulunan bir topun çekilmesi olasılığını yazmıştır.

"*Torbadan çekilen bir topun 7 numaralı top olma olasılığı nedir? Böyle olaylara ne denilmektedir?*" şeklindeki alt soruya, başarı düzeyi yüksek şubede bulunan öğrencilerden biri 7 numaralı topun torbada olmaması nedeni ile ve başka bir olaydan bahsedildiğini düşünerek "ayrık olay" demiştir. Bu alt soruyu hatalı cevaplandıran diğer 4 öğrenci ise, 7 numaralı topun torbada olup olmadığını düşünmeden doğrudan formül kullanarak soruyu cevaplandırmaya çalışmış olan öğrencilerdir.

"*Torbadan çekilen bir topun 8'den küçük numaralı bir top olma olasılığı nedir?*" şeklindeki alt soruyu 8 öğrenci "*6/8"* şeklinde cevaplandırmıştır. Bu öğrenciler torbadaki top sayısı yerine soruda bahsedilen 8 sayısını düşünmüş ve olasılık hesabı yaparken paydada bu sayıyı kullanmış olan öğrencilerdir. Başarı düzeyi düşük şubede okumakta olan 1 öğrenci ise benzer şekilde "*7/8*" cevabını vermiş ve bu öğrenci de yine torbadaki top sayısını göz önüne almamış, bunun yerine 8 rakamını kullanmış ve toplam 8 top olduğunu düşünmüştür. Yine, başarı düzeyi düşük olan şubede okumakta olan 1 öğrenci "*7/6*" cevabını vermiştir, yani öğrenci olasılığını yazmada zorlanmıştır. Bu öğrenci sorunun içinde 8'den küçük ifadesi kullanıldığı için cevabında bu soruda geçen 7 rakamını kullanmaya çalışmış ve olasılık değerinin 1'den büyük olamayacağını düşünmemiştir. Böylelikle, başarı düzeyi çok düşük ve düşük olan şubelerden birer öğrencinin olasılık değerinin 1'den büyük olamayacağı durumunu göz önüne almadıkları, doğrudan rakamları ve formülü düşünerek işleme devam ettiği görülmüştür.

**Dördüncü Soruya ait Bulgular**

*"Bir torbada mavi ve kırmızı renkte, çok sayıda bilyeler vardır. Bunları saymak imkânsızdır ve bu iki renkteki bilye sayıları birbirinden farklıdır. Fakat siz hangi renkteki bilyelerin daha fazla olduğunu bilmiyorsunuz. Mavi renkteki bilyelerin mi, yoksa kırmızı renkteki bilyelerin*

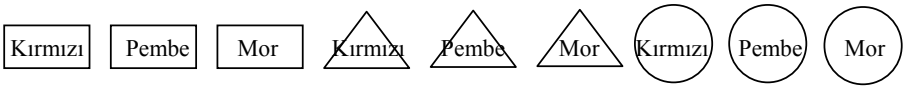
*mi daha fazla olduğunu nasıl anlarsınız? (Yaklaşık olarak % kaç mavi, % kaç kırmızı olduğunu nasıl tespit edersiniz?)"* şeklinde verilmiş olan **dördüncü** soruya ait başarı frekansları ve yüzdeleri de Tablo 6'da verilmiştir.

**Tablo 6:** Dördüncü Soruya Verilen Cevaplara Ait Frekans ve Yüzdeler

| | **Başarı Düzeylerine Göre Şubeler** | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Çok Düşük / 8-A | | Düşük / 8-B | | Yüksek / 8-C | | Genel | |
| | Frekans | (Yüzde) | Frekans | (Yüzde) | Frekans | (Yüzde) | Frekans | (Yüzde) |
| | f | (%) | f | (%) | f | (%) | f | (%) |
| Doğru cevap | 4 | (13) | 5 | (17) | 5 | (16) | 15 | (15) |
| Kısmen doğru cevap | 7 | (23) | 13 | (43) | 14 | (47) | 33 | (38) |
| Cevap yok | 19 | (64) | 12 | (40) | 11 | (37) | 36 | (47) |

Tablo 6'da verilmiş olan başarı yüzdeleri incelendiğinde, başarı düzeyi çok düşük olan şubenin başarı oranının oldukça düşük kaldığı (%13) görülmektedir. Bu soruda, öğrencilerin doğru sonuca ulaşmış olmasından ziyade doğru düşünce yolunu seçmiş olmaları önemlidir ve bu öğrenciler soruya kısmen veya tamamen doğru cevap vermiş olan öğrencilerden meydana gelmektedir. Bu durumda, yani bu öğrenciler birlikte düşünüldüğünde (%38+%15) başarı oranı %53'e yükselmektedir. Soruyu cevaplayamayan öğrencilerin yüzde oranı (%47) ile kısmen doğru cevap vermiş olan öğrencilerin yüzde oranının (%38) yüksek oluşu, öğrencilerin mantıksal çıkarım yapmakta zorlandıklarının göstergesidir.

**Beşinci Soruya ait Bulgular**




*"Yukarıda gösterilen parçaları kullanarak aşağıdaki soruları cevaplayın.*

** Seçilecek bir parçanın **mor renkte olma** olasılığı nedir?*

** Seçilecek bir parçanın **daire şeklinde olma** olasılığı nedir?*

** Seçilecek bir parçanın **pembe renkte olma** olasılığı nedir?*

** Seçilecek bir parçanın **pembe renkte olmama** olasılığı nedir?*

** Pembe renkte parçalarla ilgili olan son iki sorunun cevapları arasında bir ilişki var mıdır?*

** Seçilecek bir parçanın **pembe renkte ve üçgen şeklinde olma** olasılığı nedir? Bu tip olaylara ne ad verilmiştir? Açıklayınız. İki farklı şekilde olasılık hesaplayınız.*

** Yukarıdaki şekilleri kullanarak bağımsız olaya bir örnek veriniz.*" şeklinde verilmiş olan **beşinci soru**ya verilen cevaplara ait başarı frekans ve yüzdeleri Tablo 7'de verilmiştir.

**Tablo 7:** Beşinci Soruya Verilen Cevaplara Ait Başarı Frekans ve Yüzdeleri

| | **Başarı Düzeylerine Göre Şubeler** | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Çok Düşük / 8-A | | Düşük / 8-B | | Yüksek / 8-C | | Genel | |
| | Frekans | (Yüzde) | Frekans | (Yüzde) | Frekans | (Yüzde) | Frekans | (Yüzde) |
| | f | (%) | f | (%) | f | (%) | f | (%) |
| Doğru cevap | 7 | (23) | 11 | (37) | 15 | (50) | 33 | (37) |
| Kısmen doğru cevap | 16 | (53) | 17 | (56) | 15 | (50) | 48 | (53) |
| Cevap yok | 7 | (24) | 2 | (7) | 0 | (0) | 9 | (10) |

Bu soruda yer alan alt soruların ilk dördü bir olaya ait olasılık değeri bulmayı ve bir olayın değiline (tümleyenine) ait olasılık değerini hesaplamayı gerektirmektedir ve öğrenciler bu alt sorularda başarılı olmuşlardır. Diğer alt sorular ise iki olayın birlikte gerçekleşmesi, ayrık olay ve bağımsız olay kavramlarının iyi bilinmesini gerektiren sorulardır ve öğrencilerin bir bölümü bu sorularda başarılı olamamışlardır. Bu alt soruları cevaplayamayan öğrencilerin *kısmen doğru cevap* verdiği kabul edilmiştir. Bu öğrencilerin sayısı (16, 17, 15) tüm gruplarda yaklaşık aynıdır ve bu öğrencilere ait yüzde değerleri de (%53, %56, %50) oldukça yüksektir. *Doğru cevap* veren öğrenci sayısı ise (7, 11 ve 15) şubelerin başarı düzeyi arttıkça artmıştır. Bu durum ise; iki olayın birlikte gerçekleşmesi, ayrık olay ve bağımsız olay kavramlarının öğrenilmesinde öğrencilerin genel başarı düzeylerinin önemli bir faktör olduğuna işaret etmektedir.

## SONUÇ ve ÖNERİLER

Öğrenciler yeni bilgiler edinirken, doğru olduğuna inandıkları ve daha önceden öğrenmiş oldukları bilgiler ile yeni edindikleri bilgiler arasında bağlantılar kurarak kendilerine ait anlamlar oluşturmaktadırlar

(Batanero, Serrano ve Garfield, 1996). Bu nedenle, bir konunun öğretiminde öğrencilerin hazır bulunuşluk düzeylerinin (önbilgilerinin) o konunun öğrenilebilmesi için yeterli olması önemlidir. *Olasılık Başarı Testi*'nde yer alan birinci soruda, öğrencilerin 9'u (%10'u) olasılığı kesir şeklinde yanlış ifade etmiş veya kesirleri karşılaştırmayı başaramamıştır. Bu öğrencilerin biri hariç diğerlerinin tümü başarı düzeyi çok düşük ve düşük olan şubede okumakta olan öğrencilerdir. Bu durum, öğrencilerin önbilgilerinin yeterli düzeyde olmamasına bağlanabilir. Benzer bir durum, yani önbilgilerin yetersizliğinin olasılık kavramlarının anlaşılmasındaki olumsuz etkisi, küme kavramı bilgisine dayalı olan ikinci soruda da görülmüştür. Kümeler konusunda önbilgi gerektiren ve ayrık olay kavramının sorgulandığı ikinci soruda öğrencilerin önemli bir kısmının (%27) soruyu cevaplamaya bile çabalamadığı, öğrencilerin %10'unun ise hatalı cevaplar verdiği görülmüştür. Bunun yanında, bu çalışmada yer alan soruların tamamında başarı düzeyi yükseldikçe soruya doğru cevap veren öğrencilerin sayısında da artış görülmüştür. Bu durum, öğrencilerin hazırbulunuşluk düzeylerinin (önbilgilerinin yeterliliğinin) olasılık kavramlarının öğrenilmesinde önemli olduğu düşüncesini doğrulamaktadır, yani literatürü desteklemektedir (Carpenter, Corbitt ve Kepner, 1981; Bar-on ve Or-Back, 1988; Batanero, Serrano ve Garfield, 1996; Nicolson, 2005).

Soruların geneline bakıldığında, bazı öğrencilerin bazı olasılık kavramlarını anlamlandırmada güçlük çektiği görülmektedir ve bu durum Green (1979) tarafından yapılmış olan çalışmanın sonucunu desteklemektedir. Örneğin, birinci soruya verilen öğrenci cevaplarından örnek uzay kavramını anlayamayan ve olasılık hesaplarken kullanamayan öğrenciler olduğu anlaşılmıştır.

Üçüncü ve beşinci sorular birbirine benzemektedir fakat biri tek özelliğe (renk), diğeri ise iki özelliğe (biçim ve renk) bağlı olarak hazırlanmıştır ve dolayısıyla olasılığın *farklı* temel kavramlarının incelendiği sorulardır. Bu soruların başarı yüzdeleri incelendiğinde, üçüncü soruyu öğrencilerin sadece %9'unun ve beşinci soruyu öğrencilerin sadece %10'unun cevaplayamadığı, yani öğrencilerin çok büyük bir bölümünün her iki sorudaki alt soruların bir kısmını doğru cevaplandırdığı görülmüştür. Bu durum, bu öğrencilerin tek özelliğe ya da iki özelliğe bağlı olan olayları kavradıklarını göstermektedir.

Olasılık değeri, iki olayın birleşimi, kesin olay ve imkânsız olay kavramlarının incelendiği üçüncü soruya verilen cevaplarda, öğrencilerin % 70 düzeyinde öğrendikleri (Tablo 4) görülmüştür. Bu durum, çalışmaya katılan öğrencilerin bu kavramları öğrendiklerine ve kullanabildiklerine işaret etmektedir. Bir olayın tümleyeni, iki olayın birlikte gerçekleşmesi,

ayrık olay ve bağımsız olay kavramlarının incelendiği beşinci soruda ise Tablo 7'den görüleceği üzere öğrencilerin başarı düzeyi oldukça düşük (%37) çıkmıştır. Bu soruda öğrencilerin büyük bir kısmı (%53) bir olaya ait olasılık değeri bulma ve bir olayın tümleyenine ait olasılık hesaplama gerektiren sorularda başarılı olmuş, fakat iki olayın birlikte gerçekleşmesi, ayrık olay ve bağımsız olay kavramlarının irdelendiği sorularda başarılı olamadığı belirlenmiştir. Bu durum ise, çalışmaya katılan öğrencilerin iki olayın birlikte gerçekleşmesi, ayrık olay ve bağımsız olay kavramlarını anlamada zorlandıklarına işaret etmektedir. Bu öğrencilerin büyük bir kısmının (%53) bağımsız olay kavramı ile ilgili alt soruları cevaplayamamış olmaları, Batanero, Serrano ve Garfield (1996) tarafından yapılan çalışmada belirtilen bağımsız olay kavramının öğrenilmesinde öğrencilerin gelişmişlik düzeylerinin önemli olduğu düşüncesini destekler niteliktedir.

Birinci ve dördüncü sorular farklı amaçlara yönelik olarak hazırlanmış olmakla birlikte, öğrencilerin olasılık bilgisini gerçek yaşam problemlerini çözmede kullanmalarıyla ilgili muhakeme becerilerini içermektedir ve bu sorulardaki başarı düzeyi diğer sorulara göre (%54 ve %15) düşüktür. Sorular, çözümünde gerekli beceriler bakımından benzemesine rağmen, dördüncü soru daha zordur ve istatistiksel sonuçlar da bu durumu doğrulamıştır. Başarının düşük oluşu çalışma grubunun yaş ve gelişmişlik düzeyi için bu iki sorunun zor olduğunu ortaya koymakla birlikte, soruların cevaplarının olasılığı değerli bulma bakımından katkı vereceği göz önüne alındığında bu tür soruların bu düzeyde kullanılmasına engel oluşturmamalıdır. Çünkü bu sorular için elde edilen başarı düzeyleri soruların çözümlerinin bu gruplarda tartışılabileceğini ortaya koymaktadır. Ayrıca, öğrencilerin birinci soruya verdikleri cevaplar, teorik ve deneysel olasılık arasındaki farkı anlayıp anlamadıklarını; dördüncü soruda kısmen doğru cevapların doğru cevaplara göre oldukça çok olması ise öğrencilerin olasılık konusunu anlamaya çalıştıklarını, muhakeme yapma çabasına girdiklerini fakat yine de başarılı olamadıklarını göstermektedir. Öğrencilerin olasılık konusunu anlamaya çalışmaları ve muhakeme yapmaya çabalamaları fakat yine de tüm bunlara rağmen başarılı olamamaları, Fischbein ve Schnarch (1996, 1997)'in belirttiği bu yaş dönemindeki öğrencilerin muhakeme etme becerilerinin arttığı ve buna bağlı olarak da yeni öğrenmelere karşı direnç göstermeleri nedeniyle başarılı olamadıkları sonucunu destekler niteliktedir.

Bu çalışmanın sonuçlarına dayanarak şunlar önerilebilir:

Olasılık kavramlarının öğrenilmesinde yaş faktörünün etkili olduğu bilinmektedir. Bu çalışmada, sekizinci sınıfta tek ve iki özelliğe dayalı olaylarla ilgili olasılıkların hesaplanmasında bir yeterlilik elde edildiği

görülmüştür. Olasılıkla ilgili diğer kavramlar ve uygulamaların (bağımsız olay, iki olayın birlikte gerçekleşmesi olasılığı vb.) öğretiminin hangi yaş dönemlerinde uygun olabileceği, yaş ve gelişmişlik düzeyi konusunda yapılacak yeni araştırmalara ihtiyaç vardır.

Birinci ve dördüncü soruların içeriğine uygun sorularla olasılık bilgisinin gerçek yaşam problemlerini çözmede kullanımının hangi yaş ve sınıf düzeylerinde gerçekleşebildiği araştırılabilir.

Ayrıca bu araştırma, olasılığın öğretiminde anlamı kavramanın, sayılabilir çoklukta olmayan kesikli olayların ve saymanın işe yaramadığı sürekli olaylarla ilgili problem durumlarını açıklamada ciddi fırsatlar sunduğunu göstermektedir. Bu araştırma, bir kısım içeriği ile olasılığın bu tür problem durumlarının açıklanmasında nasıl kullanıldığını örneklemektedir ve bu yönüyle önemlidir. Olasılık konusuna ilişkin diğer kavramlar için de benzer uygulamaların tasarlanması ve gerçekleştirilmesi bir araştırma konusudur.

## KAYNAKLAR

Bar-On, E. ve Or-Bach, R., 1988. Programming Mathematics: a New Approach in Introducing Probability to Less Able Pupils. *Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 19(2), 281-297.

Batanero, C., Serrano, L. ve Garfield, J. B., 1996, July 8-12. Heuristics and Biases in Secondary School Students´ Reasoning About Probability. Proceedings of the Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 20th, Valencia, Spain.

Boyacıoğlu, H., Erduran, A. ve Aklan, H., 1996. Permütasyon, Kombinasyon ve Olasılık Öğretiminde Rastlanan Güçlüklerin Giderilmesi. II. Ulusal Eğitim Sempozyumu, Marmara Üniversitesi, Atatürk Eğitim Fakültesi, İstanbul.

Bulut, S., 1994. The Effects of Different Teaching Methods Gender on Probability Achievement and Attitudes Toward Probability. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Ortadoğu Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Bulut, S., Ekici, C. ve İşeri, A.İ., 1999. Bazı Olasılık Kavramlarının Öğretimi için Olasılık Yapraklarının Geliştirilmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 15, 129-136.

Carpenter, T.P., Corbitt, M.K., Kepner, H.S. ve ark., 1981. What Are the Chances of Your Students Knowing Probability?. *Mathematics Teacher,* 73, 342-344.

Çelik, D. ve Güneş, G., 2007. 7, 8 ve 9. Sınıf Öğrencilerinin Olasılık İle İlgili Anlama ve Kavram Yanılgılarının İncelenmesi. *Milli Eğitim Dergisi*, 173, 361-375.

Ficshbein, E. ve Schnarch, D., 1996, July 8-12. Intuitions and Schemata in Probabilistic Thinking. Proceedings of the Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 20th, Valencia, Spain.

Ficshbein, E. ve Schnarch, D., 1997. The Evolution With Age of Probabilistic, Intuitively Based Misconceptions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(1), 96-105.

Gates, L. W., 2001. Probability Experiments in the Secondary School. *Teaching Statistics*. 22.11.2002'de http://science.ntu.ac.uk/rsscse/ts/bts/gates/text.html internet adresinden alınmıştır.

Green, D. R., 1979. The Chance and Probability Concepts Project. *Teaching Statistics, 1*(3), 66-71. 20.11.2002'de http://science.ntu.ac.uk/rsscse/ts/bts/green/text.html internet adresinden alınmıştır.

Greer, B., 2001. Understanding Probabilistic Thinking: The Legacy of Efraim Fishbein. *Educational Studies of Mathematics,* 45, 15-33.

Gürbüz, R., 2007. Olasılık Konusunda Geliştirilen Materyallere Dayalı Öğretime İlişkin Öğretmen ve Öğrenci Görüşleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 15(1), 259-270.

Jones A. G., Langrall, C. W., Thornton, C. A. and Mogill T. M., 1999. Students' Probabilistic Thinking in Instruction. *Journal for Research in Mathematics Education, 30*(5), 487-519.

Jones, A.G., Thornton, C. A., Langrall, C. W. and Mogill, T. A., 1996, July, 8-12. Using Children's Probablistic Thinking to Inform Instruction. Proceedings of the Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 20th, Valencia, Spain.

Kafoussi, S., 2004. Can Children Kindergarten be Successfully İnvolved in Probabilistic Tasks?. *Statistics. Education Research Journal*. 3(1). 29-39.

Lawrence, A., 1999. From The Giver to Twenty-one Balloons: Explorations with Probability. *Mathematics Teaching in the Middle School, 4*(8), 504-509.

Milli Eğitim Bakanlığı. 2003. TIMSS 1999. Üçüncü Uluslararası Matematik ve Fen Bilgisi Çalışması. Ankara: Eğitimi Araştırma ve Geliştirme Dairesi Başkanlığı.

Milli Eğitim Bakanlığı. 2005. İlköğretim Okulu 6, 7 ve 8. Sınıflar Matematik Dersi Öğretim Programı. *Ankara: Milli Eğitim Basımevi.*

Munisamy, S. and Doraisamy, L., 1998. Levels of Understanding of Probability Concepts Among Secondary School Pupils. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 29(1), 39-45.

National Council of Techers of Mathematics, 2000. *Principles and Standards for School Mathematics.* Reston, VA: The Council.

Nicolson, C. P., 2005. Is Chance Fair? *Teaching Children Mathematics,12*(2), 83.

Piaget, J. ve Inhelder, B., 1975. The Origin of the Idea of Chance in Children. *New York, Norton Şirketi.*

Shaughnessy, J. M., 1992. Research in Probability and Statistics: Reflections and Directions. In D. A. Groups, (Ed.), Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, Macmillan, New York, 465-494.

Truran, J., 1985. Children's Understanding of Symmetry. *Teaching Statistics, 7*(3), 69-74.

Vickers, B., 2000. A Classrom Study into the use of Kinaesthetic Methods in the Teaching of Probability Theory of Independent and Random Events (Bursary Report). *Teaching Statistics.* 20 Kasım 2002'de http://science.ntu.ac.uk/rsscse/TS/vickers/vickers.html internet adresinden alınmıştır.