International Online Journal of Educational Sciences, 2014, 6 (3), 666-681

iojes
www.iojes.net

International Online Journal of Educational Sciences

ISSN: 1309-2707

Analyzing Pre-service Primary Mathematics Teachers' Skills to Determine Errors in Problems Posed by Students

Cemalettin Işik[1] and Tuğrul Kar[2]

[1] *Erciyes University, Faculty of Education, Kayseri, Turkey;* [2] *Atatürk University, Faculty of Education, Erzurum, Turkey*

ARTICLE INFO

Article History:
Received 07.12.2013
Received in revised form
15.07.2014
Accepted 11.08.2014
Available online
02.12.2014

ABSTRACT

In the study, it was aimed to determine the skills of pre-service elementary mathematics teachers in identifying the errors which the middle school seventh grade students made in addition of proper fractions. The study was conducted with 64 pre-service teachers studying as senior students in the department of Elementary Mathematics Teaching. In this study of descriptive research method used, data were collected in two sections. In the first section, seventh grade students were applied a Problem Posing Test. In the second section, pre-service elementary teachers were administered the Error Determination Test involving six problems with errors selected among problems posed by students. The pre-service teachers were asked to identify and explain the errors in the problems. The responses given by pre-service elementary teachers were analyzed according to the error types determined in the problems. The results of the study show that the pre-service teachers experienced difficulty in identifying the errors and made different errors in explaining the errors.

© 2014 IOJES. All rights reserved

Keywords:
Pre-service elementary mathematics teachers, problem posing, fractions, addition operation with fractions

Extended Summary

Purpose

Teachers should have strong content knowledge regarding the mathematical concepts that they are expected to teach. Goos (2013) emphasized that content knowledge on mathematics is essential but insufficient for effective mathematics teaching. Hill, Rowan, and Ball (2005) indicated that the mathematical knowledge that teachers are expected to have should allow them to make explanations to students and analyze their responses as well. Similarly, Flores, Escudero, and Carrillo (2012) stated that teachers' knowledge should involve the determination of situations with errors and giving mathematical explanations for these situations. Gonzalez (1998) emphasized that including problem posing activities in lessons is dependent on the guidance of the teachers in discovering and posing accurate problems. Researchers also emphasized that the teaching process and student achievement were affected by the knowledge teachers have (Hill, Rowan & Ball, 2005; Kulm, 2008; Rizvi & Lawson, 2007). Considering that the program involves attainments related to problem posing and that students are to be provided with feedback on potential errors, it is important to analyze the skills of pre-service primary mathematics teachers in determining errors made by students in posing problems about addition operation with fractions. In this respect, the present

[1] Corresponding author's address: Erciyes University, Faculty of Education, Department of Elementary Mathematics Education, Kayseri, Turkey.
Telephone:+90 352 207 66 66
Fax:+90 35 243 749 31
e-mail: cisik@erciyes.edu.tr
DOI: http://dx.doi.org/10.15345/iojes.2014.03.014

© 2014 International Online Journal of Educational Sciences (IOJES) is a publication of Educational Researches and Publications Association (ERPA)

study aims to analyze the skills of pre-service primary mathematics teachers in determining errors made by middle school third grade students in posing problems on addition operation with fractions.

Method

The study was conducted with 64 pre-service teachers studying Primary Mathematic Education program in their final years at Kazım Karabekir Education Faculty of Ataturk University during the spring semester of the 2012–2013 academic year. Data for the research were collected in two stages. The first stage of the study involves the administration of Problem Posing Test (PPT) prepared on addition operation with fractions to the middle school third grade students. In the second phase, pre-service teachers were administered the Error Determination Test (EDT) involving six problems with errors selected among problems posed by students. EDT was applied to pre-service teachers during one course session. Responses of pre-service teachers were classified according to the types of errors found in each problem statement. Additionally, in explanations of errors made in each item of EDT, different errors made by pre-service teachers were revealed through the content analysis.

Results

There were six types of errors in problem statements analyzed by pre-service teachers. The error types are as follows; expressing the added second fraction over the remainder of whole (Error 1 [E1]), failure in expressing the operation in the question root (E2), attributing natural number meaning to the result of the operation (E3), confusion about units (E4), attributing natural number meaning to the added fractions (E5), not being able to establish part-whole relationship (E6). The percentages of pre-service teachers' determining errors in problems changed between 50% and 95%. Moreover, pre-service teachers had difficulties in determining mostly the E3, E4 and E6 errors.

Discussion

Errors made by middle school third grade students in problems they posed about addition operation with fractions were as follows: confusion of units regarding fractions, generalization of natural number habits to fraction numbers, and failing to understand the part-whole relationship indicated by fraction numbers. In other words, errors in the posed problems were mostly seen in the conceptual dimension of the fractions. These results are in line with the results found by Charalambous, Delaney, Mhuire, Hsu and Mesa (2010) indicating that challenges regarding fraction operations could not be evaluated separate from the challenges in learning fractions and that their roots lied in the fraction concepts. Achievement rate in determining types of errors was not more than 90% for all problem statements involving more than one type of error at the same time. Especially in the first and sixth problem sentences of the EDT, which involved three types of errors at the same time, the achievement level of determining each error ranged generally between 50% and 80%. Considering the results, it can be said that achievement in determining errors decreased as the number of errors in the problem statement increased.

Conclusion

This study revealed that pre-service teachers had difficulties in determining errors in problems posed by students. The result of the study is supported by the low performance of pre-service teachers in problem statements with more than one error, more difficulty they had in determining certain types of errors and new errors they made in their explanations.

İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Öğrencilerin Kurdukları Problemlerdeki Hataları Belirleyebilme Becerilerinin İncelenmesi

Cemalettin Işık[1] ve Tuğrul Kar[2]

[1] Erciyes Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Kayseri, Türkiye; [2] Atatürk Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Erzurum, Türkiye

MAKALE BİLGİ

Makale Tarihçesi:
Alındı 07.12.2013
Düzeltilmiş hali alındı 15.07.2014
Kabul edildi 11.08.2014
Çevrimiçi yayınlandı 02.12.2014

ÖZET

Çalışmada, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının, ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin kesirlerle toplama işlemine yönelik kurdukları problemlerdeki hataları belirleyebilme becerilerinin araştırılması amaçlanmıştır. Çalışma İlköğretim Matematik Öğretmenliği son sınıfta öğrenim gören 64 öğretmen adayı ile yapılmıştır. Betimsel araştırma yönteminin kullanıldığı çalışmada veriler iki aşamada toplanmıştır. Birinci aşamada yedinci sınıf öğrencilerine Problem Kurma Testi uygulanmıştır. İkinci aşamada ise öğrencilerin kurdukları problemler arasından seçilen altı problemi içeren Hata Belirleme Testi öğretmen adaylarına uygulanmıştır. Öğretmen adaylarından problemlerdeki hataları belirleyerek açıklamaları istenmiştir. Öğretmen adaylarının verdikleri yanıtlar, problemlerde tespit edilen hata türlerine göre analiz edilmiştir. Araştırma sonuçları, adayların hataları belirleyebilmede güçlükler yaşadıklarını ve hatalara yönelik açıklamalarında farklı hatalar sergilediklerini göstermiştir.

© 2014 IOJES. Tüm hakları saklıdır

Anahtar Kelimeler:
İlköğretim matematik öğretmen adayları, problem kurma, kesirler, kesirlerle toplama işlemi

Giriş

Son yıllarda matematik eğitimine yönelik araştırmalarda öğretmenin sahip olması gereken bilgi, genel olarak matematiksel alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisi şeklinde sınıflandırılmıştır (Ball, Thames & Phelps, 2008; Goos, 2013; Hill, Rowan & Ball, 2005). Öğretmenlerin matematiği öğretebilmeleri için temel matematiksel kavramlara yönelik güçlü alan bilgisine sahip olmaları gerekmektedir (Ball, Lubienski & Mewborn, 2001; Goos, 2013; Ma, 2010). Buna karşın Goos (2013) etkili bir matematik öğretimi için matematiksel alan bilgisinin gerekli olduğunu, fakat yeterli olmadığını vurgulamıştır. Hill, Rowan ve Ball (2005) öğretmenlerin sahip olması gereken matematiksel bilginin, öğrencilere açıklama yapma ve öğrenci yanıtlarını analiz edebilmelerine imkan tanıması gerektiğini belirtmiştir. Flores, Escudero ve Carrillo (2012) öğretmen bilgisinin hataları içeren durumların belirlenmesi ve bu durumlara yönelik matematiksel açıklamaların yapılmasını da kapsadığını belirtmiştir. Buna karşın öğretmen veya öğretmen adaylarının kesir işlemlerine yönelik pedagojik alan bilgilerini araştıran çalışmalar, öğrenci hatalarını belirlemede, nedenlerini açıklamada ve hataları gidermeye yönelik öğretim planlamada birçok güçlük yaşandığını göstermektedir.

Özmantar ve Bingölbali (2009), sınıf öğretmenlerine $\frac{7+5}{14+20} =?$ işlemine yönelik üç farklı çözüm sunmuşlar ve öğretmenlerden, çözümlerin/işlemlerin doğruluklarını değerlendirmelerini ve varsa hataların neler olduğunu açıklamalarını istemişlerdir. Araştırmacılar, öğretmenlerin ihmal edilemeyecek bir kısmının kesirler konusunda matematiksel güçlüklere ve kavram yanılgılarına sahip olduklarını tespit etmişlerdir. Yaşanan güçlüklerin; payda eşitleme, sadeleştirme, kesirlerle toplama ve ortak payda kavramı üzerine yoğunlaştığını belirtmişlerdir. Fuller (1996), bazı öğrencilerin *Jane ilk yarıda iki atıştan birini, ikinci yarıda üç atışın birini gole çevirmektedir. Toplam atışların ne kadarını gole çevirmiştir?* problemi için $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{2}{5}$ işlemini yaptıklarını ve bu duruma yönelik *Jane ilk yarıda iki atıştan birini, ikinci yarıda üç atışın birini gole çevirmektedir. Dolayısıyla beş atışın ikisini gole çevirmiştir* şeklinde açıklamalar yaptıklarını belirtmiştir. Fuller sınıf öğretmeni

[1] Sorumlu yazarın adresi: Erciyes Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı
Telefon: +90 352 207 66 66
Faks: +90 352 437 49 31
e-posta: cisik@erciyes.edu.tr
DOI: http://dx.doi.org/10.15345/iojes.2014.03.014

© 2014 International Online Journal of Educational Sciences (IOJES) is a publication of Educational Researches and Publications Association (ERPA)

adayları ve sınıf öğretmenlerinden yapılan hatanın nedenlerini açıklamalarını istemiştir. Araştırmacı, bu duruma yönelik sadece bir öğretmen ve bir öğretmen adayının toplam atış sayısını bütün kabul ederek işlemin yapılması gerektiği yönünde kavramsal açıklama yapabildiğini tespit etmiştir. Ward ve Thomas (2007) ilköğretim matematik öğretmenlerine; kesirlerle karşılaştırma, kesirlerle toplama, oransal akıl yürütme, tam sayılı kesirler, kesirlerle bölme, denk kesirler ve birim kesirlerin sıralanmasına yönelik öğrencilerin hatalı yanıtlarını içeren etkinlikler sunmuşlardır. Fuller'in çalışmasında kullandığı etkinliğe benzer bir etkinliğe de yer verilmiştir. Öğretmenlerin %66'sının öğrencinin açıklamasının yanlış olduğunu fark etmelerine rağmen, sadece %9'unun doğru çözüm için gerekli olan anahtar kavramları açıklayabildikleri tespit edilmiştir. Bunun yanında öğretmenlerin kesirlerle toplama işlemine yönelik kavramsal açıklama yapabilme başarılarının, diğer etkinliklerdeki başarılarına göre daha düşük olduğu da tespit edilmiştir.

Chick ve Baker (2005) öğretmenlere $\frac{7}{10}+\frac{2}{5}=\frac{7}{10}+\frac{4}{10}=\frac{11}{20}$ şeklindeki işlemi sunarak, öğrencilerin nasıl düşündüklerine yönelik açıklamalar yapmalarını istemişlerdir. Öğretmenlerin çoğunluğunun bu durumun nedenlerini açıklayamadıklarını, sadece işlemsel süreci ve işlemin içerdiği kavramı yeniden tanımladıklarını tespit etmişlerdir. Benzer şekilde Toluk-Uçar (2011), ilköğretim matematik öğretmeni ve sınıf öğretmeni adaylarının matematik bilgileri ve oluşturdukları öğretimsel açıklamaları değerlendiren çalışmasında, adayların $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}=\frac{7}{6}$ işlemini nasıl açıkladıklarını da analiz etmiştir. Araştırmacı öğretmen adaylarının çoğunlukla işlemsel anlamaya yönelik açıklamalar yaptıklarını, buna karşın açıklamalarını gerekçelendiremediklerini tespit etmiştir. Öğretmen adaylarının payda eşitlemenin neden gerekli olduğunu ve ortak payda bulmanın ne anlama geldiğini açıklayamadıklarını sonuç olarak belirtilen kavramı öğretmeye hazır olmadıklarını belirlemiştir. Newton (2008), öğretmen adaylarına kesirlerin aynı birimin parçaları şeklinde ifade edilmediği sürece toplanamayacağının anlaşılmasını gerektiren bir etkinlik sunarak, etkinlikte yer alan soruları cevaplamalarını istemiştir. Araştırmacı, öğretmen adaylarının farklı bütünler üzerinden ifade edilen kesir sayılarının toplanmasının çözüm için uygun bir yaklaşım olmadığını belirlemede güçlükler yaşadıklarını tespit etmiştir.

Bu çalışmalardan farklı olarak Toluk-Uçar (2009), sınıf öğretmeni adaylarının kesirleri miktar yerine parça sayısı şeklinde düşündüklerini ve kurdukları problemlerin çözümlerinin kesirlerle toplama yerine doğal sayılarla toplama işlemini gerektirdiğini tespit etmiştir. Bir adayın $\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=?$ işlemine yönelik kurduğu *Annem bana 3 elmasından birini ve kardeşim de 2 elmasından birini verdi. Toplam kaç elmam oldu?* şeklindeki problemin bu durumu örneklediğini belirtmiştir. McAllister ve Beaver (2012), sınıf öğretmeni adaylarının kesirlerle işlemlere yönelik kurdukları problemlerdeki hataları analiz etmişlerdir. Araştırmacılar kurulan problemlerde; günlük yaşam durumlarıyla ilişkili problemler yazamama, kesir sayılarını uygun birimlerle ifade edememe, mantıksal olarak problemin geçerli olmayışı ve kesir sayılarına doğal sayı anlamı yükleme hatalarının daha fazla ön plana çıkarıldığını belirtmişlerdir.

Alan yazınında, özellikle kesirlerle toplama işlemine yönelik sınırlı sayıdaki çalışmalar, öğretmen veya öğretmen adaylarının, öğrenci yanıtlarının ardındaki muhakemeyi analiz etmede güçlükler yaşadıklarını ortaya koymaktadır. Öğretmen veya öğretmen adaylarının kesirlere yönelik pedagojik alan bilgilerini araştıran çalışmaların, genel olarak öğrencilerin problem çözme ve işlemsel süreçte yaptıkları hataların değerlendirilmesi üzerine odaklandığı görülmektedir. Bunun yanında problem kurmaya yönelik yapılan çalışmaların ise öğretmen adaylarının kurdukları problemlerin analizi üzerine odaklandığı görülmektedir. Buna karşın alan yazınında öğretmen veya öğretmen adaylarının, öğrencilerin kesirlerle toplama işlemine yönelik kurdukları problemlerdeki hataları belirleyebilmeleri üzerinden pedagojik alan bilgilerini araştıran çalışmaların ise sınırlı sayıda olduğu tespit edilmiştir. Işık, Öcal ve Kar (2013), sınıf öğretmeni adaylarına beşinci sınıf öğrencilerinin kesirlerle toplama işlemine yönelik kurdukları hatalı problemleri sunmuşlar ve hataları belirleyerek açıklamalarını istemişlerdir. Araştırmacılar adayların hataları belirleme başarılarının düşük olduğunu ve hatalara yönelik açıklamalarında farklı hatalar sergilediklerini belirtmişlerdir. Işık, Kar, Işık ve Güler (2012) ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının yedinci sınıf öğrencilerinin kurdukları problemlerdeki hataları belirleyebilme becerilerini araştırmışlardır. Araştırma sonuçları adayların, birim kargaşası ve parça-bütün ilişkisini kuramama hatalarını belirlemede daha fazla güçlük yaşadıklarını göstermiştir.

Problem kurma; matematiksel kavram ve işlemlerle günlük yaşam arasındaki ilişkinin kurulmasına (Abu-Elwan, 2002; Dickerson, 1999), temsiller arasındaki geçişlere (English, 1998) katkıda bulunmaktadır. Ayrıca problem kurma, kavramsal anlama becerisinin belirlenmesinde, kavram yanılgıları ve hataların tespit edilmesinde alternatif değerlendirme aracı olarak da görülmektedir. English (1998), öğrencilerin sembolik matematiksel ifadeleri tanımlayabilme ve günlük yaşam durumları ile ilişkilendirebilme becerilerinin, problem kurma ile değerlendirilip geliştirilebileceğini belirtmiştir. Stoyanova (1998), öğrencilerin kurdukları problemlerin matematiksel yetenekleri hakkında önemli ipuçları sunduğuna yönelik araştırmacılar arasında fikir birliği olduğunu vurgulamıştır. Ticha ve Hospesova (2009) ise problem kurma testlerinin, kavram yanılgıları veya hataların tespit edilmesinde kullanılabileceğini belirtmişlerdir. Bunun yanında problem kurma etkinlikleri, öğretmen adaylarının matematiksel bilgi ve becerilerinin belirlenmesi amacıyla da kullanılmaktadır (Kılıç, 2013).

İlköğretim 1-5. Sınıflar Matematik Dersi Öğretim Programı'nda (MEB, 2009: 278) *kesirlerle toplama ve çıkarma işlemleri gerektiren problemleri çözer ve kurar* kazanımı altında günlük hayatla ilişkili seçilen problemlerin çözdürülmesi ve kurdurulması etkinliklerine yer verilmesinin önemi vurgulanmaktadır. Benzer şekilde İlköğretim 6-8. Sınıflar Matematik Dersi Öğretim Programı'nda (MEB, 2009: 140) da *kesirlerle işlemler yapmayı gerektiren problemleri çözer ve kurar* kazanımı altında öğrencilerden problemlerin çözümünde kullanılan işlemleri gerektiren benzer problemler yazmaları istenmektedir. Ortaokul Matematik Dersi 5-8. Sınıflar Öğretim Programı'nda (MEB, 2013) problem kurma, problem çözmenin beşinci adımı olarak tanımlanmıştır. Ayrıca programda, eldeki bilgilere uygun gerçekçi problemler oluşturmasına da vurgu yapılmaktadır. Programda kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerine yönelik problem kurma; *problem kurmaya yönelik çalışmalara da yer verilir. Kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini yapar. Gerçek yaşam durumları ve uygun kesir modelleriyle yapılacak çalışmalara yer verilir* şeklinde vurgulanmaktadır.

Gonzalez (1998) derslerde problem kurma etkinliklerine yer verilmesinin, öğretmenlerin öğrencilerine doğru problemler kurma ve keşfetmede yapacağı rehberliğe bağlı olduğunu belirtmiştir. Ayrıca araştırmacılar, öğretim süreci ve öğrenci başarısının, öğretmenin sahip olduğu bilgiden etkilendiğini vurgulamaktadırlar (Hill, Rowan & Ball, 2005; Kulm, 2008; Rizvi & Lawson, 2007). Bunun yanında programda problem kurmaya yönelik kazanımların varlığı ve yapılacak hatalara yönelik öğrencilere dönütler verileceği dikkate alındığında, öğretmen adaylarının öğrencilerin kesirlerle toplama işlemine yönelik kurdukları problemlerdeki hataları belirleyebilme becerilerinin araştırılması önemli hale gelmektedir. Bu bağlamda çalışmada, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının, ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin kesirlerle toplama işlemine yönelik kurdukları problemlerdeki hataları belirleyebilme becerilerinin araştırılması amaçlanmıştır.

Yöntem

Araştırmanın Deseni

Bu çalışmada ilköğretim matematik öğretmen adaylarının, ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin kesirlerle toplama işlemine yönelik kurdukları problemlerdeki hataları belirleyebilme becerilerinin ortaya konulması amaçlandığından ve araştırma konusu kendi koşulları içinde olduğu gibi tanımlanmaya çalışıldığından betimsel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Mcmillan ve Schumacher'e (2010) göre, betimsel araştırma yöntemleri geçmişte ya da halen var olan bir durumu var olduğu şekliyle betimlemek için kullanılır.

Katılımcılar

Araştırmanın örneklemini ortaokul yedinci sınıf öğrencileri ve ilköğretim matematik öğretmen adayları oluşturmaktadır. Araştırmanın birinci kısmı için Erzurum merkezdeki dört ortaokulun üçüncü sınıflarında öğrenim gören 108 öğrenciye kesirlerle toplama işlemine yönelik hazırlanan Problem Kurma Testi (PKT) 2012-2013 güz yarıyılında uygulanmıştır. Araştırmaya gönüllü olarak katılan öğrencilerin 57'si kız 51'i erkektir. Ortaokulların belirlenmesinde basit seçkisiz örnekleme modeli kullanılmıştır. Erzurum il merkezinde yer alan ortaokullar arasından kura çekilerek dört okul belirlenmiştir. Bu okullarda eğer her bir sınıf düzeyinde birden fazla şube varsa, rastgele birer şube seçilmiştir. Uygulamaya katılan öğrenciler, öğretim programındaki "kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini yapar ve kesirlerle işlemler yapmayı gerektiren problemleri çözer ve kurar" kazanımlarına yönelik öğretim sürecini tamamlamışlardır.

Araştırmanın ikinci kısmı Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği programının son sınıfında öğrenim gören 64 öğretmen adayı ile 2012-2013 öğretim yılı bahar yarıyılında yürütülmüştür. Adaylara ilköğretim lisans programı çerçevesinde Özel Öğretim Yöntemleri I ve II derslerinin içeriğinde yer alan …*problem ve problem çözme nedir?, problemlerin sınıflandırılması, kesirler ve öğretimi, ilgili öğretim programı, ders öğretmen ve öğrenci çalışma kitaplarının incelenmesi* … şeklindeki konuların öğretimi yapılmıştır. Bunun yanında adaylar, İlköğretim Matematik Öğretmenliği programındaki Okul Deneyimi dersi kapsamında okullarda öğretim faaliyetlerine katılarak sınıf içi öğretim faaliyetlerini gözlemleme fırsatı da bulmuşlardır. Araştırmaya katılan adaylara, öğretmen adayını simgeleyen ÖA1, ÖA2,…,ÖA64 şeklinde kodlar verilmiştir. Araştırmaya katılan öğretmen adayları, PKT'nin uygulandığı dört ortaokulda Okul Deneyimi dersi kapsamında faaliyetlerde bulunmamışlardır.

Verilerin Toplanması ve Analizi

Araştırmanın verileri iki aşamada toplanmıştır. Birinci aşamada, ortaokul yedinci sınıf öğrencilerine kesirlerle toplama işlemine yönelik hazırlanan PKT uygulanmıştır. İkinci aşamada ise, öğrencilerin kurmuş oldukları problemler arasından seçilen altı hatalı problemi içeren Hata Belirleme Testi (HBT) öğretmen adaylarına uygulanmıştır.

Veri toplama aracı olarak hazırlanan problem kurma testinde $\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=?$, $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}=?$ Maddeleri yer almaktadır. Bu maddelere yer verilmesinin iki sebebi vardır. Bunlardan biricisi, iki basit kesrin toplamının bütünden küçük veya büyük olmasının öğretmen adaylarının bu işlemlere yönelik sunulan problemlerdeki olası öğrenci hatalarını belirleyebilme becerilerine etkisini incelemektir. İkincisi ise, alanyazında, matematik öğretim programında ve ders kitaplarında kesirlerle toplamaya benzer işlemlerin yer almasıdır (Darley, 2005; Işık & Kar, 2012a; Işık, Öcal & Kar, 2013; McAllister & Beaver, 2012; Toluk-Uçar, 2009). Veri toplama sürecinde ilk olarak ortaokul üçüncü sınıf öğrencilerinden bir ders saati sürede sadece PKT'deki verilen işlemler ile çözebilecekleri problemler kurmaları istenmiştir. Daha sonra, ortaokul öğrencilerinin kurmuş oldukları problemler arasından seçilen altı hatalı problem ile HBT testi hazırlanmıştır. Hazırlanan HBT öğretmen adaylarına bir ders saati süresinde uygulanmıştır. Bu uygulama sürecinde öğretmen adaylarına yapılan açıklamada; ortaokul öğrencilerinden kesirlerle toplamaya yönelik sadece verilen işlemler ile çözülebilecek problemler kurmalarının istendiği belirtilmiştir. Testte yer alan altı problem cümlesinin öğrencilerin kurdukları problemler oldukları vurgulanarak, adaylardan verilen toplama işlemi ile problem cümlelerini karşılaştırmalarını ve varsa problem cümlelerindeki hataları belirleyerek açıklamaları istenmiştir. Öğretmen adaylarının yanıtları her bir problem cümlesinde yer alan hata türlerine göre sınıflandırılmıştır. Bunun yanında HBT'nin her bir maddesinde hatalara yönelik yapılan açıklamalarda, adayların yaptıkları farklı hatalar ise içerik analizi ile ortaya konulmuştur. HBT'ndeki problem cümlelerinde görülen bu tür hatalara yönelik açıklamalara bulgular kısmında yer verilmiştir.

Öğretmen adaylarına uygulanan HBT, ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin kurdukları problemler arasından seçilen altı hatalı problemi içermektedir. Işık ve Kar (2012a) ilköğretim yedinci sınıf öğrencilerinin kurdukları problemlerde yedi hata türü tespit etmişlerdir. Bu hata türleri şunlardır; *Toplanan ikinci kesri bütünün kalanı üzerinden ifade etme [Hata 1(H_1)], işlemi soru köküne yansıtamama (H_2), işlem sonucuna doğal sayı anlamı yükleme (H_3), birim kargaşası (H_4), toplanan kesir sayılarına doğal sayı anlamı yükleme (H_5), parça-bütün ilişkisini kuramama (H_6)* ve *tamsayılı kesirlerin tam kısımlarına anlam yükleyememe (H_7).* Benzer hatalar alan yazınında farklı araştırmacılar tarafından da vurgulanmıştır (Işık, 2011; Işık & Kar, 2012a; Işık, Öcal & Kar, 2013; McAllister & Beaver, 2012; Toluk-Uçar, 2009). HBT'nin hazırlanması aşamasında iki uzman araştırmacının görüşlerine başvurulmuştur. Uzmanlar, H_7 hata türünün kurulan problemlerde kolay bir şekilde tespit edilebileceğini, bu nedenle HBT'de H_7 hata türünü içeren problem cümlelerine yer verilmemesinin uygun olacağını ifade etmişlerdir. Bu görüşler doğrultusunda HBT'de yer alan problem cümleleri, altı hata türünü içerecek şekilde hazırlanmıştır. Ayrıca bu süreçte mümkün olduğu kadar farklı hata türlerini aynı anda barındıran problem cümlelerinin seçilmesine de özen gösterilmiştir. Böylece adayların problem cümlelerinde, hangi hata türlerini daha fazla belirleyebildiklerinin de ortaya konulması amaçlanmıştır. HBT'de yer alan problem cümleleri ve içerdikleri hata türleri Tablo 1'de sunulmuştur.

Tablo 1. HBT'de yer alan problem cümleleri ve içerdikleri hata türleri

	Problem Cümleleri	Hata Türleri
1.	Öğretmenim bana $\frac{1}{2}$ tane yapışkan veriyor. Sonradan aldığım yıldızlar için de $\frac{3}{4}$ kadar yapışkan verdiğine göre toplam kaç tane yapışkanım olur?	H_3, H_4, H_5
2.	Sınıftan eksikleri almak için para toplanıyor. Öğretmenimiz bu paraların $\frac{1}{2}$ sini tahta kalemi, silgi ve süpürge için kullanıyor. Geriye kalan paranın $\frac{3}{4}$ ünü sıra örtüleri için kullanıyor. Sınıftan toplanan paranın kaçta kaçı kullanılmıştır?	H_1
3.	Babam çikolatanın $\frac{1}{2}$'sini bana vermiştir. $\frac{3}{4}$'ünü ise kardeşime vermiştir. Babam bölüştürmeden önce çikolata ne kadardı?	H_2, H_6
4.	Paramın $\frac{1}{3}$'ü ile kola aldım. Geriye kalan paramın $\frac{1}{2}$'si ile de gofret aldım. Buna göre paramın kaçta kaçını harcadım?	H_1
5.	Annem yaptığı hamurun $\frac{1}{2}$'si ile kakaolu kek yaptı. Geriye kalan $\frac{1}{3}$'ü ile de pasta yaptı. Buna göre annemin başlangıçta ne kadar hamuru vardı?	H_2, H_6
6.	Kadir ile Rabia evin bahçesindeki ağaçtan elma toplamak için ağaca çıkıyor. Kadir $\frac{1}{2}$ topluyor. Rabia ise $\frac{1}{3}$ elma topluyor. Kadir ile Rabia'nın toplam elma sayısı kaçtır?	H_3, H_4, H_5

Tablo 1'de yer alan ve öğretmen adayları tarafından analiz edilmesi istenen problem cümlelerinde görülen hata türlerine ait açıklamalar şu şekildedir;

Toplanan ikinci kesri bütünün kalanı üzerinden ifade etme (H_1). Bu hata türünde öğrenciler, belirledikleri bir bütün üzerinden toplanan birinci kesir sayısını ifade etmişlerdir. Buna karşın ikinci kesir sayısını, başlangıçtaki bütünün kalan kısmı üzerinden ifade etmeye çalışmışlardır. Tablo 1'de yer alan ikinci ve dördüncü problem cümlelerinde bu hata türü bulunmaktadır. Öğrencilerin problem cümlelerinde kullandıkları *geriye kalan paranın $\frac{3}{4}$'ünü sıra örtüleri için kullanıyor* ve *geriye kalan paramın $\frac{1}{2}$'si ile de gofret aldım* şeklindeki ifadeleri bu hata türünü örneklemektedir. Tablo 1'deki ikinci problem cümlesinde, paraların $\frac{1}{2}$'i tahta kalemi, silgi ve süpürge için kullanılırsa geriye paranın yarısı kalır. Problemin devamında geriye kalan paranın $\frac{3}{4}$'ünün de sıra örtüleri için kullanıldığı ifade edilmiştir. Dolayısıyla, paranın $\frac{1}{2}$x$\frac{3}{4}$'ü yani $\frac{3}{8}$'ü kullanılmış olacaktır. Sonuç olarak paranın $\frac{1}{2}+\frac{3}{8}=\frac{7}{8}$'si kullanılmış olacaktır. Buna karşın öğrencilerden $\frac{1}{2}$ ile $\frac{3}{4}$'ün toplamına yönelik problem kurmaları istenmiştir. Öğrencinin ikinci kesir sayısını geriye kalan para miktarı üzerinden ifade etmesi bu farklılığın nedenidir. Benzer şekilde Tablo 1'deki dördüncü problem cümlesinde de aynı durum söz konusudur.

İşlemi soru köküne yansıtamama (H_2). Bu hata türü, toplama işleminin soru kökünde ifade edilemediği problem cümlelerini kapsamaktadır. Öğrenciler kesir sayılarını ifade etmelerine rağmen, soru kökünde toplama işlemini karşılayacak cümleyi oluşturamamışlardır. Tablo 1'de yer alan üçüncü ve beşinci problem cümlelerinde bu hata türü bulunmaktadır. Soru köklerinde kullanılan *babam bölüştürmeden önce çikolata ne kadardı?* ve *buna göre annemin başlangıçta ne kadar hamuru vardı?* şeklindeki ifadeler, bu hata türünü örneklemektedir. Bu soru köklerine göre problemin çözümünde hangi işlemin seçildiğinin önemi kalmamaktadır. Çünkü bu soru kökleri ile başlangıçtaki miktarlar sorulmaktadır. Dolayısıyla kesir sayılarının toplanmasına uygun soru köklerinin oluşturulamadığı görülmektedir.

İşlem sonucuna doğal sayı anlamı yükleme (H_3). Problem kurulması istenen işlemlerin sonuçları kesir sayısıdır. Buna karşın bazı öğrencilerin işlemin sonucunu doğal sayı gibi düşünerek soru köklerini oluşturdukları görülmüştür. Bu hata türü Tablo 1'deki birinci ve altıncı problem cümlelerinde bulunmaktadır. Toplamlardan elde edilen $\frac{5}{4}$ ve $\frac{5}{6}$ kesir sayıları, soru köklerinde sırasıyla *toplam kaç tane*

yapışkanım olur? ve *toplam elma sayısı kaçtır?* ifadeleri ile karşılanmaya çalışılarak kesir sayılarına doğal sayı anlamı yüklenmiştir.

Birim kargaşası (H_4). Bu hata türü, kesir sayılarının uygun birimlerle ifade edilemediği problem cümlelerini içermekte ve Tablo 1'deki birinci ve altıncı problem cümlelerinde bulunmaktadır. Sırasıyla birinci ve altıncı problem cümlelerinde kullanılan $\frac{3}{4}$ *kadar* ve $\frac{1}{2}$ *topluyor* şeklindeki ifadeler bu hatayı örneklemektedir. Bu ifadelerde kesir sayılarına yüklenen birim anlamı açık değildir. Örneğin $\frac{1}{2}$ *topluyor* ifadesi ile ağaçtaki elmaların yarısının mı toplandığı veya başka bir durumun mu belirtilmek istendiği açık değildir.

Toplanan kesir sayılarına doğal sayı anlamı yükleme (H_5). Bu hata türü, toplanan kesir sayılarının doğal sayılarla ifade edilebilecek çokluklar üzerinden oluşturulduğu problemleri içermektedir. Tablo 1'deki birinci ve altıncı problem cümlelerinde bu hata türü yer almaktadır. Problem cümlelerinde $\frac{1}{2}$ ve $\frac{1}{3}$ kesir sayıları, *tane* ve *elma sayıları* ile eşleştirilerek kesir sayılarına doğal sayı anlamı yüklenmiştir.

Parça-bütün ilişkisini kuramama (H_6). $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}$ işleminin sonucu tamsayılı kesirdir. Başka bir ifadeyle bütünden daha büyük miktarı belirtmektedir. Bu hata türü, bu durumun göz ardı edildiği problemleri içermektedir. Tablo 1'deki üçüncü problem cümlesinde, çikolatanın $\frac{1}{2}$'i verildiğinde, geriye yarısı kalacaktır. Öğrenci problemin devamında $\frac{3}{4}$'ünü ise kardeşine verdiğini belirtmiştir. İkinci durumda kardeşine verilen miktar, geriye kalan miktardan daha fazladır. Bu durum ise parça-bütün ilişkisi açısından anlamlı değildir. Ayrıca bu hata türü, toplanan birinci kesir sayısının belirlenen bir bütün üzerinden ifade edildiği buna karşın ikinci kesir sayısının ise bütünün kalan kısmı şeklinde düşünüldüğü durumları içermektedir. Tablo 1'deki beşinci problem cümlesinde, annesinin hamurun $\frac{1}{2}$'i ile kakaolu kek yaptığı belirtilmektedir. Bu durumda geriye hamurun yarısı kalacaktır. Buna karşın öğrenci problemin devamında geriye hamurun $\frac{1}{3}$'inin kaldığını belirtmiştir. Öğrenci kurmuş olduğu problem cümlesinde parçalar arasındaki ilişkiyi göz ardı etmiştir.

HBT'nin uygulama sürecinde öğretmen adaylarına yapılan açıklamalarda; öğrencilerden kesirlerle toplamaya yönelik sadece verilen işlemler ile çözülebilecek problemler kurmalarının istendiği belirtilmiştir. Testte yer alan altı problem cümlesinin öğrencilerin kurdukları problemler oldukları vurgulanarak, adaylardan verilen toplama işlemi ile problem cümlelerini karşılaştırmaları ve varsa problem cümlelerindeki hataları belirleyerek açıklamaları istenmiştir. HBT, bir ders saatinde öğretmen adaylarına uygulanmıştır. Öğretmen adaylarının yanıtları her bir problem cümlesinde yer alan hata türlerine göre sınıflandırılmıştır. Bunun yanında HBT'nin her bir maddesinde hatalara yönelik yapılan açıklamalarda, adayların yaptıkları farklı hatalar ise içerik analizi ile ortaya konulmuştur.

İki farklı araştırmacı eş zamanlı ve birbirinden bağımsız olarak, HBT'nin her bir maddesine yönelik öğretmen adaylarının yanıtlarını analiz etmişlerdir. HBT'nin her bir maddesindeki analizler üzerinde %87 ile %98 arasında değişen oranlarda uyum sağlanmıştır. Araştırmacılar arasındaki uyum yüzdeleri her bir hatalı problem üzerinden ayrı ayrı hesaplanmıştır. Uyum yüzdelerinin hesaplanması sürecinde öğretmen adaylarının herhangi bir hatalı probleme yönelik yaptıkları açıklamalarda, problemde yer alan hata türlerini doğru şekilde tespit edip edemedikleri dikkate alınmıştır. Analizleri karşılaştırma sürecinde, belirlenen hata kategorilerine göre analizi yapılamayan yanıtlar ise *diğer* kategorisi altında toplanmıştır. Bu kategori; hataları belirlemek yerine bazı kelimelerin değiştirilmesi suretiyle problem cümlelerinin aynen yazıldığı (örn. *Sınıftan toplanan paranın kaçta kaçı kullanılmıştır?* yerine *Öğretmenimiz, sınıftan toplanan paranın kaçta kaçını harcamıştır?* şeklinde yazılması) ve açıklamaların hata analizi için yeterince açık olmadığı durumları içermektedir. Bunun yanı sıra, HBT'nin birinci problem cümlesi için altı aday ve altıncı problem cümlesi için de dört aday, yapışkan ve elma sayısının kesir sayıları ile ifade edilemeyeceğini dolayısıyla problemde hata olduğunu belirtmişlerdir. Analiz sürecinde araştırmacılar, bu tür açıklamaların, H_3 ve H_5 hatalarının her ikisini de kapsayıp kapsamadığı noktasında tereddüt yaşamışlardır. Yapılan son görüşmede, bu tür açıklamaların toplanan kesir sayıları yanında işlem sonucunun da kesir sayısı olmasından dolayı her iki hata türünü de kapsadığı üzerinde fikir birliğine varmışlardır. Böylece yapılan analizler üzerinde tam bir fikir birliği sağlanmıştır.

Bulgular

Öğretmen Adaylarının Kurulan Problemlerdeki Hata Türlerini Belirleyebilme Becerileri

Öğretmen adaylarının HBT'nin birinci maddesinde yer alan problem cümlesindeki H_3, H_4 ve H_5 hata türlerini belirleyebilmelerine ait dağılım Tablo 2'de sunulmuştur.

Tablo 2. HBT'nin birinci maddesindeki hataların belirlenmesine ait dağılım

	H_3	H_4	H_5	Hatasız	Diğer
Aday Sayısı	42(65,6)	34(53,1)	53(82,8)	3(4,7)	2(3,1)

* Veriler 64 aday üzerinden hesaplanarak frekans(yüzde) şeklinde sunulmuştur.

Tablo 2'ye göre, üç öğretmen adayı kurulan problem cümlesinde hata olmadığını ifade etmiştir. Öğretmen adayları en fazla güçlüğü H_4 hata türünü belirleyebilmede yaşamışlardır. Buna karşın adayların büyük bir çoğunluğu problem cümlesindeki H_5 hata türünü belirleyebilmiştir. İki öğretmen adayının H_5 hata türüne yönelik açıklamaları şu şekildedir;

> $\frac{1}{2}$ *kesir sayısıdır, tane ifadesi ile birlikte kullanılamaz.(ÖA62)*

> $\frac{1}{2}$ *tane ifadesi olamaz çünkü tane doğal sayılar için kullanılan ifadedir.(ÖA48)*

Bu problem cümlesinde H_5 hatasının farkına varan 53 öğretmen adayının altısı (%11,32) açıklamalarında, parça-bütün ilişkisinin göz ardı edildiği H_6 hatasını yapmışlardır. ÖA32'nin bu duruma yönelik açıklamaları şu şekildedir;

> $\frac{1}{2}$ *tane yapışkan ifadesi yanlıştır. Tane kelimesi kesirlerde kullanılmaz. Bu soru şu şekilde olabilir; öğretmenim yıldız yapıştırmam için bir miktar yapışkanın* $\frac{1}{2}$*'ini veriyor. Sonradan aldığım yıldızlar için de yapışkanın* $\frac{3}{4}$*'ünü verdiğine göre öğretmenim bana yapışkanın ne kadarını vermiştir?*

Öğretmen adayı, $\frac{1}{2}$ *tane yapışkan* ifadesindeki *tane* kelimesinin kesir sayıları için uygun bir kullanım olmadığını belirterek *yapışkanın* $\frac{1}{2}$*'ini veriyor* şeklinde düzeltmiştir. Benzer şekilde $\frac{3}{4}$ kesri içinde, *yapışkanın* $\frac{3}{4}$*'ü* ifadesini kullanmıştır. Düzeltilen problemin çözümü için gerekli olan $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}$ işleminin sonucu tamsayılı kesirdir. Bu durumda mevcut yapışkan miktarından daha fazlasının öğrenciye verilmesi, parça-bütün ilişkisi açısından anlamlı değildir.

Tablo 2'ye göre, H_4 hatasını belirleyen 34 öğretmen adayından ikisi (%5,88) açıklamalarında kesir sayılarına doğal sayı anlamının yüklendiği H_5 hatasını yapmışlardır. ÖA17'nin bu duruma yönelik açıklamaları şu şekildedir;

> $\frac{3}{4}$ *kadar yapışkan* $\frac{3}{4}$ *tane daha yapışkan veriyor demeliydi.*

ÖA17, $\frac{3}{4}$ *kadar yapışkan* ifadesi yerine $\frac{3}{4}$ *tane daha yapışkan* şeklindeki bir kullanımın uygun olacağını belirtmiştir. Bu yönüyle öğretmen adayının kesir sayısına doğal sayı anlamı yükleyerek hata yaptığı görülmektedir.

Öğretmen adaylarının HBT'nin ikinci maddesinde yer alan problem cümlesindeki H_1 hatasını belirleyebilmelerine ait dağılım Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3. HBT'nin ikinci maddesindeki hatanın belirlenmesine ait dağılım

	H_1	Hatasız	Diğer
Aday Sayısı	60(93,7)	3(4,8)	1(1,6)

*Tablodaki değerler 64 aday üzerinden hesaplanarak frekans(yüzde) şeklinde sunulmuştur.

Tablo 3'e göre üç aday problemin hatasız olduğunu belirtmiştir. Buna karşın adayların büyük bir çoğunluğu problem cümlesindeki H_1 hata türünü belirleyebilmiştir. Öğretmen adayları problem cümlesindeki, *Öğretmenimiz bu paraların* $\frac{1}{2}$ *sini tahta kalemi, silgi ve süpürge için kullanıyor* ifadesinin sonucunda paranın yarısının kalacağını ifade etmiştir. *Geriye kalan paranın* $\frac{3}{4}$ *ünü sıra örtüleri için kullanıyor* ifadesinin ise $\frac{1}{2} x \frac{3}{4}$ işlemine karşılık geldiğini dolayısıyla çözüme $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} x \frac{3}{4}$ işlemi ile ulaşılacağını belirtmişlerdir.

H_1 hata türünü belirleyen 60 adayın 16'sı (%26,7'si) açıklamalarında parça-bütün ilişkisini göz ardı ederek H_6 hatasını yapmışlardır. ÖA52'nin bu durumu örnekleyen yanıtı şu şekildedir;

> *Sınıfta toplanan paranın* $\frac{1}{2}$*'si yani yarıya bölünüp bir yarısı ile eksikleri almışlar. Buraya kadar sorun yok. Ama* $\frac{3}{4}$*'e yüklenen anlam yanlıştır. Çünkü kalan paranın* $\frac{3}{4}$*'ü denildiği için burada bu işlemi yapamayız. Kalan paranın değil de, paranın tamamının* $\frac{3}{4}$*'ü denilseydi sıkıntı olmazdı.*

ÖA52, $\frac{3}{4}$ kesir sayısının geriye kalan para yerine başlangıçtaki paranın tamamı üzerinden ifade edilmesi halinde hatanın giderilebileceğini belirtmiştir. Ancak bu düzeltmeden sonra paranın $\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$'ü yani $1\frac{1}{4}$'i harcanmış olacaktır. Dolayısıyla başlangıçtaki paradan daha büyük para miktarının harcanması, parça-bütün ilişkisi açısından anlamlı değildir. Bunun yanı sıra H_1 hata türünü belirleyen 60 adayın yedisi (%11,7'si) ise yazdıkları açıklamalarda, problemin soru kökünde yer alan *kaçta kaçı kullanılmıştır?* ifadesinin kesirlerle toplama işlemi için uygun bir soru kökü olmadığını belirterek soru kökünün, *paranın ne kadarı kullanılmıştır?* şeklinde bitmesi gerektiği yönünde açıklama yapmışlardır.

Öğretmen adaylarının HBT'nin üçüncü maddesinde yer alan problem cümlesindeki H_2 ve H_6 hata türlerini belirleyebilmelerine ait dağılım Tablo 4'te sunulmuştur.

Tablo 4. HBT'nin üçüncü maddesindeki hataların belirlenmesine ait dağılım

	H_2	H_6	Hatasız	Diğer
Aday Sayısı	55(85,9)	36(56,3)	2(3,1)	2(3,1)

*Veriler 64 aday üzerinden hesaplanarak frekans(yüzde) şeklinde sunulmuştur.

Tablo 4'e göre iki aday problem cümlesinde hata olmadığını ifade etmiştir. Öğretmen adayları en fazla güçlüğü H_6 hata türünü belirlemede yaşamışlardır. Buna karşın adayların büyük bir çoğunluğu H_2 hata türünü belirleyebilmişlerdir. Bazı adayların bu hata türlerine yönelik açıklamaları şu şekildedir;

> *Sorulan soru hatalıdır. Yapılması istenilen çözüm sorulan sorunun cevabı değildir (ÖA4)*
>
> *1 tam çikolatanın* $\frac{1}{2}$*'sini aldıktan sonra geriye çikolatanın* $\frac{3}{4}$*'ü kalmaz. Kalan çikolatanın* $\frac{3}{4}$*'ü diyebilir. Fakat böyle demesi de verilen çözüm için uygun olmaz (ÖA33)*

ÖA4 yapmış olduğu açıklamada, *bölüştürmeden önce çikolata ne kadardı?* soru kökünün verilen toplama işlemini karşılamadığını ve bu yönüyle problemin hatalı olduğunu belirtmektedir. Buna kaşın aday, parça-bütün ilişkisine yönelik herhangi bir açıklama yapmamıştır. ÖA33 ise yapmış olduğu açıklamada çikolatanın $\frac{1}{2}$'ini aldıktan sonra geriye çikolatanın $\frac{3}{4}$'ünün kalamayacağını belirterek parça-bütün ilişkisine vurgu yapmıştır. Aday açıklamasının devamında problemin sözel ifadesinin *kalan çikolatanın* $\frac{3}{4}$*'ü* şeklinde ifade edilmesi halinde parça-bütün ilişkisinin kurulabileceğini ancak bu durumda da çözümün verilen toplama işlemini karşılamayacağını belirtmiştir (İşlem $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} x \frac{3}{4}$ olacaktır). Buna karşın aday yapmış olduğu kapsamlı açıklamasında soru kökünün verilen işlemi karşılamadığına yönelik bir açıklamaya yer vermemiştir.

Öğretmen adaylarının HBT'nin dördüncü maddesinde yer alan problem cümlesindeki H_1 hata türünü belirleyebilmelerine ait dağılım Tablo 5'te sunulmuştur.

Tablo 5. HBT'nin dördüncü maddesindeki hataların belirlenmesine ait dağılım

	H_1	Hatasız	Diğer
Aday Sayısı	61(95,3)	3(4,7)	0(0)

* Veriler 64 aday üzerinden hesaplanarak frekans(yüzde) şeklinde sunulmuştur.

Tablo 5'e göre adayların üçü kurulan problem cümlesinde hata olmadığını ifade etmiştir. Buna karşın geriye kalan öğretmen adaylarının tamamı H_1 hata türünü belirleyebilmişlerdir. Bu hata türünü belirleyen adayların 10'u (%16,39) açıklamalarında problemin soru kökünde yer alan *kaçta kaçını harcadım?* ifadesini hatalı bulmuştur. On adayın yedisi, *kaçta kaçını harcadım?* ifadesinin kesirlerle toplama işlemi için uygun bir soru kökü olmadığını, bunun yerine *ne kadar harcadım?* İfadesine yer verilmesi gerektiğini belirtmişlerdir. ÖA9'un bu duruma yönelik açıklamaları şu şekildedir;

1) *Geriye kalan paramın yerine paramın $\frac{1}{2}$'si ile gofret aldım denilmeliydi.*
2) *Paramın "kaçta kaçını" harcadım yerine "ne kadarını" harcadım kullanılmalı.*

Bunun yanında diğer üç aday ise başlangıç miktarının belirli olmaması nedeniyle problemin soru kökünde yer alan *kaçta kaçını harcadım?* ifadesinin yanlış olduğunu belirtmiştir. ÖA42'nin bu duruma yönelik açıklamaları şu şekildedir;

Hata 1: Paranın ne kadar olduğu belirtilmemiş.

Hata 2: Paranın $\frac{1}{3}$'ünü kola almış. Kalan paranın $\frac{1}{2}$'sini gofret almış. Burada kalan paranın $\frac{1}{2}$'si değil de bütünün $\frac{1}{2}$'si alınmalıdır. Buradaki problem şu şekilde olmalıydı; 1TL param vardı. Paramın $\frac{1}{3}$'ü ile kola aldım. Yine paramın $\frac{1}{2}$'si ile gofret aldım. Paramın kaçta kaçını harcadım?

ÖA42 açıklamalarında *kalan paranın $\frac{1}{2}$'si değil de bütünün $\frac{1}{2}$'si alınmalıdır* ifadesi dikkate alındığında H_1 hata türünü belirleyebilmiştir. Buna karşın aday, başlangıçtaki para miktarının belirli olmaması nedeniyle problemin *kaçta kaçını harcadım?* şeklinde tamamlanamayacağını ifade etmiştir. Bu durumu gidermek için ise problem cümlesine başlangıç miktarını belirten *1 TL param vardı* ifadesini eklemiştir. *Kaçta kaçını harcadım?* soru köküne karşılık gelen kesir sayısı, harcanan kısmın başlangıçtaki para miktarı ile olan ilişkisini belirttiğinden, başlangıçtaki miktarı bilinmeden de soru kökü oluşturulabilir.

H_1 hata türünü belirleyen beş (%8,2) aday, problemdeki kesir sayılarının kullanılış sırasının problem kurulması istenen işlemdeki kesir sayılarının sırasını karşılamadığını belirtmişlerdir. Adaylar bu durumu bir hata olarak ifade etmişlerdir. Toplama işleminin değişme özelliğinin dikkate alınmaması, bu durumun hata olarak kabul edilmesinin nedeni olarak düşünülebilir. ÖA34'ün bu duruma yönelik açıklamaları şu şekildedir;

Hata: paramın $\frac{1}{3}$'ü ile kola aldım. Burada işlem $\frac{1}{2}$ ile başladığı için paramın $\frac{1}{2}$'si ile kola aldım olmalıydı.

Öğretmen adaylarının HBT'nin beşinci maddesinde yer alan problem cümlesindeki H_2 ve H_6 hata türlerini belirleyebilmelerine ait dağılım Tablo 6'da sunulmuştur.

Tablo 6. HBT'nin beşinci maddesindeki hataların belirlenmesine ait dağılım

	H_2	H_6	Hatasız	Diğer
Aday Sayısı	56(87,5)	49(76,6)	0(0)	1(1,6)

* Veriler 64 aday üzerinden hesaplanarak frekans(yüzde) şeklinde sunulmuştur.

Tablo 6'ya göre, öğretmen adaylarının %87,5'i H_2 hata türünü, %76,6'sı ise H_6 hata türünü belirleyebilmiştir. Adayların H_6 hata türünü belirlemede daha düşük başarı sergiledikleri görülmektedir. ÖA51'in H_2 ve H_6 hata türlerine yönelik açıklamaları şu şekildedir;

Hata 1: Hamurun ½'si kullanılmış ise geriye 1/3'ü değil ½'si kalır. Bu nedenle "geriye kalan 1/3'ü ile" şeklinde ifade etmemiz yanlış olur. Sadece "1/3'ü ile" dememiz yeterli olur.

Hata 2: Bu verilerle başlangıçtaki hamur miktarını bulamayız. Sadece hamurun kaçta kaçının kullanıldığını bulabiliriz.

Öğretmen adaylarının HBT'nin altıncı maddesinde yer alan problem cümlesindeki H_3, H_4 ve H_5 hata türlerini belirleyebilmelerine ait dağılım Tablo 7'de verilmiştir.

Tablo 7. HBT'nin altıncı maddesindeki hataların belirlenmesine ait dağılım

	H_3	H_4	H_5	Hatasız	Diğer
Aday Sayısı	47(73,4)	51(79,7)	51(79,7)	0(0)	2(3,1)

* Veriler 64 aday üzerinden hesaplanarak frekans(yüzde) şeklinde sunulmuştur.

Tablo 7'ye göre, öğretmen adaylarının %79,7'si H_4 ve H_5 hata türlerini, %73,4'ü ise H_3 hata türünü belirleyebilmiştir. Adaylar diğer hata türlerine göre H_3 hata türünü belirlemede nispeten daha düşük başarı sergilemiştirler. ÖA13'ün problemde yer alan hata türlerine yönelik açıklamaları şu şekildedir;

1) "Kadir ½ topluyor" ifadesi yerine "Kadir ağaçtaki elmaların ½'sini topluyor" ifadesini kullanmalıydı. Çünkü kesir sayısına yüklenen birim açık değildir.

2) "Rabia 1/3 elma topluyor" ifadesi yerine "Rabia ağaçtaki elmaların 1/3'ünü topluyor" ifadesi kullanılmalıydı. Elma sayısı kesirlerle ifade edilemez.

3) Sonuç kesir sayısı olduğundan "elma sayısı kaçtır?" ifadesi uygun olmaz. Bunun yerine "Kadir ile Rabia'nın topladığı elmalar ağaçtaki elmaların ne kadarıdır?" ifadesi kullanılmalıydı.

ÖA13 açıklamalarında, problemde birim kargaşası ve kesir sayılarına doğal sayı anlamı yükleme hatalarını, *ağaçtaki elmaların* $\frac{1}{2}$*'sini* ve *ağaçtaki elmaların* $\frac{1}{3}$*'ü* şeklinde düzeltmiştir. Bunun yanında işlem sonucunun kesir sayısı olması nedeniyle, doğal sayılarla ifade edilebilecek bir soru kökünün yazılmasının uygun olmadığını, bu durumun ise *ağaçtaki elmaların ne kadarıdır?* şeklinde düzeltilebileceğini belirtmiştir.

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin kesirlerle toplama işlemine yönelik kurdukları problem cümlelerindeki hataların odağında genel olarak; kesir sayılarının uygun birimlerle ifade edilememesi, doğal sayılardaki alışkanlıkların kesir sayılarına genellenmesi ve kesir sayılarının belirttiği parça-bütün ilişkisinin anlaşılamamasının yer aldığı söylenebilir. Başka bir ifadeyle kurulan problemlerdeki hataların, kesirlerin kavramsal boyutu üzerine yoğunlaştığı görülmektedir. Bu sonuçlar, Charalambous, Delaney, Mhuire, Hsu ve Mesa (2010) tarafından belirtilen kesir işlemlerine yönelik güçlüklerin, kesir öğrenimindeki güçlüklerden ayrı değerlendirilemeyeceği ve köklerinin kesir kavramlarına dayandığı sonucunu desteklemektedir.

İlköğretim matematik öğretmen adaylarının problem cümlelerindeki hata türlerini belirleyebilme başarılarının dağılımı dikkate alındığında, en yüksek başarı H_1 ve H_2 hatalarının belirlenmesinde görülmüştür. Problem cümlelerindeki *babam bölüştürmeden önce çikolata ne kadardı?* ve *annemin başlangıçta ne kadar hamuru vardı?* şeklindeki soru köklerinin H_2 hatasını belirlemede adaylara avantaj sağladığı düşünülebilir. %90'nın üzerinde belirlenme oranına sahip H_1 hata türü, HBT'nin ikinci ve dördüncü problem cümlelerinde bulunmaktadır. Bu problem cümlelerinde diğer hata türleri bulunmamaktadır. Problem cümlelerinde sadece bir hata türünün bulunması, H_1 hata türünün yüksek oranda belirlenmesinin nedeni olarak düşünülebilir. Çünkü birden fazla hata türünü aynı anda içeren problem cümlelerinin tamamında, hata türlerini belirleyebilme başarı oranı %90'nın üzerine çıkamamıştır. Özellikle üç farklı hatayı aynı anda içeren HBT'nin bir ve altıncı problem cümlelerinde her bir hatanın belirlenebilme başarısı genel olarak %50 ile %80 arasında değişkenlikler göstermiştir. Bu sonuçlar dikkate alındığında, problem cümlesinde yer alan hata sayısının artışına bağlı olarak hataları belirleyebilme başarısının düştüğü söylenebilir.

Öğretmen adayları, $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}$ =? işlemine yönelik kurulan problemlerdeki hataları belirlemede en düşük başarıyı H_4 ve H_6 kategorilerinde yaşamışlardır. HBT'nin birinci ve üçüncü problem cümlelerinde bu hatalara yönelik başarı oranı %50'lere kadar düşmüştür. $\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$ =? işlemine yönelik seçilen HBT'nin beşinci maddesindeki H_6 hatasını belirleyebilme oranı %76,6 iken, $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}$ =? işlemine yönelik seçilen HBT'nin üçüncü maddesinde bu oran %56,3'tür. $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}$ =? işleminin sonucunun tamsayılı kesir olmasının, bu duruma neden olduğu düşünülebilir. HBT'nin üçüncü problem cümlesinde her bir kesir sayısı, aynı bütünün parçaları şeklinde ifade edilmiştir. Dolayısıyla kesir sayılarının temsil ettiği miktarların toplamı, başlangıç miktarından daha fazlasını gerektirmektedir. Öğretmen adaylarının yaklaşık yarısı açıklamalarında bu durumu göz ardı etmişlerdir. HBT'nin bir ve altıncı problem cümlelerinde öğrencilerin toplanan kesir sayılarını uygun birimlerle ifade edemedikleri (örn., $\frac{3}{4}$ *kadar* veya $\frac{1}{2}$ *topluyor* gibi), adayların ise bu hatayı tespit etmede zorlandıkları görülmüştür. HBT'nin altıncı problem cümlesindeki bu hata türünü belirlemeye yönelik başarı oranı, birinci problem cümlesindeki aynı hata türünü belirlemeye göre daha yüksektir. Altıncı problem cümlesinde, $\frac{1}{2}$ *topluyor* ifadesiyle anlatılmak istenenin açık olmamasının adayların bu hata türünü daha kolay tespit etmelerine neden olduğu söylenebilir. Adaylar, $\frac{1}{2}$ *topluyor* ifadesinin anlamlı olabilmesi için ağaçtaki elmaların $\frac{1}{2}$'i şeklinde düzeltilmesi gerektiğini belirtmişlerdir.

Çalışmada öğretmen adaylarının HBT'deki hatalı problemlere yönelik yaptıkları açıklamalarda yeni hatalar sergiledikleri de tespit edilmiştir. HBT'nin birinci problem cümlesinde H_5 hata türüne yönelik açıklamalarda, parça-bütün ilişkisinin göz ardı edildiği H_6 hatası yapılmıştır. Öğretmen adayları açıklamalarında $\frac{1}{2}$ tane ifadesi yerine yapışkan miktarının $\frac{1}{2}$'i şeklinde yazarak hatanın giderilebileceğini belirtmişlerdir. Bu tür açıklamalar ise H_6 hatasının ortaya çıkmasına neden olmuştur. HBT'nin ikinci problem cümlesinde de H_1 hata türünü belirleyen adayların %26,7'si açıklamalarında H_6 hata türünü sergilemişlerdir. $\frac{3}{4}$ kesir sayısının geriye kalan para üzerinden değil, paranın tamamı üzerinden ifade edilmesine yönelik açıklamalar, adayların sadece problem cümlesinin verilen işlemi karşılaması üzerine yoğunlaştıklarına işaret etmektedir. Adayların işlem sonucundaki kesir sayısını dikkate almadan yaptıkları açıklamaların, parça-bütün ilişkisi açısından mantıksal hataya neden olduğu söylenebilir.

HBT'nin ikinci ve dördüncü problem cümlelerinde H_1 hatasını belirleyen bazı adaylar, açıklamalarında problemin soru kökünde yer alan *kaçta kaçı* ifadesinin yerine *ne kadarı* ifadesinin gelmesi gerektiğini belirtmişlerdir. Kesirlerin miktar belirttiği göz önüne alındığında, bütünün ne kadarı ile bütünün kaçta kaçı ifadeleri eş anlamlıdır. HBT'nin dördüncü maddesinde bu açıklamayı yapan bazı adaylar, başlangıç miktarının bilinmemesi nedeniyle soru kökünün kaçta kaçı şeklinde tamamlanamayacağını belirtmişlerdir. Lin (2010), miktarların doğal sayılarla temsil edilmesinin kolayca anlaşılabildiğini, buna karşın kesirlerin miktarlar arasındaki ilişkiyi göstermesinden dolayı anlaşılmasında daha fazla güçlük yaşandığını belirtmektedir. Verilen işlemin sonucunda oluşan kesir sayısının miktar belirttiği dikkate alınırsa, bazı adayların başlangıç miktarının verilmemesinden dolayı soru kökünü hatalı kabul etmelerinin, kavramsal düzeydeki eksikliklerine işaret ettiği söylenebilir. Bazı adayların, HBT'nin dördüncü problem cümlesindeki kesir sayılarının ifade ediliş sırasının, verilen işlemdeki toplanan kesir sayılarının sırasına uygun olmamasını hata olarak değerlendirdikleri de tespit edilmiştir. Toplama işleminin değişme özelliği ve iki kesir sayısının toplamının hesaplanmasına odaklı bir problem kurgusunun varlığı dikkate alınırsa, bu durumun hata olarak görülemeyeceği söylenebilir.

Yapılan çalışmalar öğretmen adaylarının kesir işlemlerine uygun problem kurma da güçlükler yaşadıklarını göstermektedir (Işık, 2011; Kılıç, 2013; Luo, 2009; Redmond & Utley, 2007; Rizvi, 2004; Toluk-Uçar, 2009; Zembat, 2007). Bunun yanında bu çalışma öğretmen adaylarının öğrencilerin kurdukları problemlerdeki hataları belirleyebilmede de güçlükler yaşadıklarını ortaya koymuştur. Öğretmen adaylarının birden çok hatayı barındıran problem cümlelerinde daha düşük başarı sergilemeleri, bazı hataları tespit etmede daha fazla güçlük yaşamaları ve yaptıkları açıklamalarda yeni hatalar sergilemeleri ulaşılan bu sonucu desteklemektedir. Ticha ve Hospesova (2009), öğretmen adaylarının yeterliliklerini geliştirmenin önemli yollarından birinin, problem kurmayla ilişkili becerilerinin geliştirilmesi olduğunu belirtmişlerdir. Özellikle öğretmen adaylarının yakın gelecekte sınıf içi etkinliklere yön verecekleri göz önüne alındığında, hatalara yönelik açıklamalarının yeni hatalar içermesi, öğrencilerin kavramsal anlamalarını olumsuz etkileyebileceği düşünülebilir. Crespo (2003), öğretmen adaylarının matematiksel ve

pedagojik boyutlarını düşünmeden problemler kurduklarını ve kurulan problemlerin çözülebilirliğini araştırmadıklarını belirtmiştir. Bu bağlamda öğretmen adaylarının hatalara yönelik ifadelerinde farklı hatalar sergilemeleri, açıklamaların matematiksel ve pedagojik yanının yeterince dikkate alınmadığını göstermektedir. Program çerçevesinde öğrencilerin kurdukları problemlere yönelik verilecek bu tür dönütlerin, bazı hataları gidermeye yardımcı olması yanında, bazı hataları da beraberinde getireceği düşünülebilir.

Öğrencilerin problem kurma becerilerinin geliştirilmesi, doğal sayılardan kesirlere ve kesirlerden de kesir işlemlerine geçişlerinin sağlanması, öğretmenlerin problem kurma becerilerine ve kesir kavramları ile işlemlerine yönelik kavramsal anlamalarına bağlıdır (Luo, 2009). Işık ve Kar (2012b), ilköğretim matematik öğretmenlerinin sayılar öğrenme alanı içerisinde en fazla kesirler alt öğrenme alanında problem kurma etkinliklerine yer verdiklerini tespit etmişlerdir. Bunun yanında çalışmada problem kurmanın öğrencilerin kavramlara yönelik ne tür güçlükler yaşadıkları hakkında öğretmenlere bilgi sunduğu da belirtilmiştir. Buna karşın bu çalışmada öğretmen adaylarının kesirlerle toplama işlemine yönelik öğrencilerin kurdukları problemlerdeki hataları tespit edebilmedeki eksiklikleri, hizmet içi dönemde öğrenci hatalarına yönelik dönüt ve düzeltmelerde güçlükler yaşayacaklarına işaret etmektedir. Dolayısıyla bu durum, adayların kesirlerle toplama işlemine yönelik öğrenci problemlerindeki hataları belirleyebilme becerilerinin geliştirilmesi gerektiğini ortaya koymaktadır.

Çalışma sonuçlarının kesirlerle toplama işlemine yönelik HBT'nde yer alan altı hatalı problem cümlesinden elde edilmesi, sınırlılık olarak düşünülebilir. Gelecekte farklı hatalı problemler içeren durumlar üzerinden çalışmanın kapsamı genişletilebilir. Bunun yanında öğrencilerin kesirlerle toplama işlemine yönelik kuracakları problemlerden olası diğer hata türleri de tespit edilebilir. Tespit edilen bu hata türlerini içeren problem cümlelerine yönelik öğretmen adaylarının nasıl düşündükleri de belirlenebilir. Bu çalışmada mevcut durumun var olduğu şekliyle betimlenmesi amaçlanmıştır. Nitel yaklaşımlar ile bazı adayların hatalara yönelik açıklamalarında, farklı hatalar sergilemelerine neden olan düşünce yapıları da ortaya çıkarılabilir. Yapılabilecek bu tür çalışmaların sonuçları dikkate alınarak, yaşanılan güçlükleri gidermek için deneysel çalışmalar da yürütülebilir.

Kaynakça

Abu-Elwan, R. (2002). Effectiveness of problem posing strategies on prospective mathematics teachers' problem solving performance. *Journal of Science and Mathematics Education, 25*(1), 56-69.

Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389-407. http://dx.doi.org/10.1177/0022487108324554

Ball, D. L., Lubienski, S. T. & Mewborn, D. S. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. In V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (4th ed., pp. 433-456). New York: Macmillan.

Charalambous, C. Y., Delaney, S., Hsu, H. Y. & Mesa, V. (2010). A comparative analysis of the addition and subtraction of fractions in textbooks from three countries. *Mathematical Thinking and Learning, 12*, 117–151. http://dx.doi.org/10.1080/10986060903460070

Chick, H. L. & Baker, M. K. (2005). Investigating teacher's responses to student misconceotions. In Chick, H. L. & Vincent, J. L. (Eds.). *Proceedings of the 29 th conference of the international group for the psychology of mathematics education (*Vol.2, pp. 249-256). Melbourne: PME.

Crespo, S. (2003). Learning to pose mathematical problems: Exploring changes in preservice teachers' practices. *Educational Studies in Mathematics, 52,* 243–270. http://dx.doi.org/10.1023/A:1024364304664

Darley, J. W. (2005). *Ninth grader's interpretations and use of contextualized models of fractions and algebraic properties: A classroom-based approach* Unpublished doctoral dissertation. University of South Carolina.

Dickerson, V. M. (1999). *The impact of problem posing instruction on the mathematical problem solving achievement of seventh graders.* Unpublished doctoral dissertation. University of Emory, Atlanta.

English, L. D. (1998). Children's problem posing within formal and informal contexts. *Journal for Research in Mathematics Education, 29*(1), 83-106. http://dx.doi.org/10.2307/749719

Flores, E., Escudero, D.I. & Carrillo, J. (2012). *A theoretical review of specialised content Knowledge.* Paper presented at the meeting of Eighth Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 8), Antalya, Turkey.

Fuller, R. A. (1996). *Elementary teachers' pedagogical content knowledge of mathematics.* Paper presented at the Mid-Western Educational Research Association Conference,Chicago.

Gonzales, N. A. (1998). A blueprint for problem posing. *School Science and Mathematics*, *94*(2), 78- 85. http://dx.doi.org/10.1111/j.1949-8594.1994.tb12295.x

Goos, M. (2013) Knowledge for teaching secondary school mathematics: What counts?. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 44*(7), 972-983. http://dx.doi.org/10.1080/0020739X.2013.826387

Hill, H. C., Rowan, B. & Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal, 42*(2), 371–406. http://dx.doi.org/10.3102/00028312042002371

Işık, C. (2011). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının kesirlerde çarpma ve bölmeye yönelik kurdukları problemlerin kavramsal analizi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 41*, 231-243.

Işık, C. & Kar, T. (2012a). 7. sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplama işlemine kurdukları problemlerin analizi. *İlköğretim Online, 11*(4), 1021-1035.

Işık, C. ve Kar, T. (2012b). Matematik dersinde problem kurmaya yönelik öğretmen görüşleri üzerine nitel bir çalışma. *Milli Eğitim Dergisi, 194*, 199-215.

Işık, C., Kar, T., Işık, A. & Güler, G. (2012). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının kesirlerde toplama işlemine yönelik kurulan problemlerdeki hataları belirleyebilme becerileri. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi, 3*(3), 161-182.

Işık, C., Öcal, T. & Kar, T. (2013). *Analysis of pre-service elementary teachers' pedagogical content knowledge in the context of problem posing.* Paper presented at the meeting of Eighth Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 8), Antalya, Turkey.

Kılıç, Ç. (2013). Pre-Service primary teachers' free problem-posing performances in the context of fractions: An example from turkey. *The Asia-Pacific Education Researcher*, 1-10. http://dx.doi.org/10.1007/s40299-013-0073-1

Kulm, G. (2008). Teachers' mathematics knowledge. *School Science and Mathematics, 108*, 2-3. http://dx.doi.org/10.1111/j.1949-8594.2008.tb17933.x

Lin, C. Y. (2010). Web-based instruction on preservice teachers' knowledge of fraction operations. *School Science and Mathematics, 110*(2), 59-70. http://dx.doi.org/10.1111/j.1949-8594.2009.00010.x

Luo, F. (2009). Evaluating the effectiveness and insights of preservice elementary teachers' abilities to construct word problems for fraction multiplication. *Journal of Mathematics Education, 2*(1), 83-98.

Ma, L. (2010). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Newyork, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

McAllister, C. J. & Beaver, C. (2012). Identification of error types in preservice teachers' attempts to create fraction story problems for specified operations. *School Science and Mathematics 112*(2), 88-98. http://dx.doi.org/10.1111/j.1949-8594.2011.00122.x

Mcmillan, H. J. & Schumacher, S. (2010). *Research in education*. Boston, USA: Pearson Education.

Milli Eğitim Bakanlığı[MEB], (2009). *İlköğretim matematik dersi 1-5. Sınıflar öğretim programı.* Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü.

Milli Eğitim Bakanlığı[MEB], (2009). *İlköğretim matematik dersi 6-8. Sınıflar öğretim programı ve kılavuzu.* Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü.

Milli Eğitim Bakanlığı[MEB], (2013). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) öğretim programı.* Ankara: MEB Basımevi.

Newton, K. J. (2008). An extensive analysis of preservice elementary teachers' knowledge of fractions. *American Educational Research Journal, 45*(4), 1080-1110. http://dx.doi.org/10.3102/0002831208320851

Özmantar, M. F. ve Bingölbali, E. (2009). Sınıf öğretmenleri ve matematiksel zorlukları. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi, 8*(2), 401-427.

Redmond, A. & Utley, J. (2007). *Prospective elementary teachers understanding of and attitudes towards the division of fractions*. Paper presented at the Research Council on Mathematics Learning Annual Convention, Oklahoma City.

Rizvi, N. F. & Lawson, M. J. (2007). Prospective teachers' knowledge: Concept of division. *International Education Journal, 8*(2), 377-392.

Rizvi, N. F. (2004). Prospective teachers' ability to pose word problems. Retrived from http://ecommons.aku.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1048&context=pakistan_ied_pdck

Stoyanova, E. (1998). Problem posing in mathematics classrooms. In A. McIntosh, & N. Ellerton (Eds.), *Research in mathematics education: A contemporary perspective* (pp.164-185). Perth: MASTEC Publication.

Ticha, M. & Hospesova, A. (2009). *Problem posing and development of pedagogical content knowledge in pre-service teacher training*. Paper presented at the meeting of CERME 6, Lyon, France.

Toluk-Uçar, Z. (2009). Developing pre-service teachers understanding of fractions through problem posing. *Teaching and Teacher Education, 25*(1), 166-175. http://dx.doi.org/10.1016/j.tate.2008.08.003

Toluk-Uçar, Z. (2011). Öğretmen adaylarının pedagojik içerik bilgisi: Öğretimsel açıklamalar. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi, 2*(2), 87-102.

Ward, J. & Thomas, G. (2007). What do teachers know about fractions? *In findings from the New Zealand numeracy development projects* (pp. 128–138). Wellington: Learning Media.

Zembat, İ. Ö. (2007). Working on the same problem-Concepts; with the usual subjects- pre-service elementary teachers. *İlköğretim Online, 6*(2), 305-312.