Ocak 2013 Cilt:21 No:1 Kastamonu Eğitim Dergisi 237-256

TOPLAMA-ÇIKARMA İŞLEMLERİ İLE KÜMELERLE YAPILAN BİRLEŞİM-FARK İŞLEMLERİNİ ANDIRAN GÖRSEL KULLANIMI

Ömer Faruk ÇETİN, Arif DANE, M. Faysal AKIN
Erzincan Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, Erzincan.

İlk Kayıt Tarihi: 01.02.2012 ***Yayına Kabul Tarihi: 10.07.2012***

Özet

Bu çalışmanın amacı "lisans seviyesindeki matematik programları öğrencileri toplama-çıkarma işlemlerini çağrıştıran görseller ile kümelerle yapılan birleşim-fark işlemi görsellerinden ne gibi çıkarımlar yapmaktadır?" problemini araştırmaktır. Çalışmada tarama modeli kullanılmıştır. Veriler, 2010–2011 eğitim-öğretim yılı bahar yarıyılında Doğu Anadolu Bölgesi'nin nüfus açısından orta ölçekli bir ilinde bulunan Eğitim ve Fen /Edebiyat Fakültelerinin matematik programlarında öğrenim gören 239 öğrenciden Bilgi Toplama Formları kullanılarak toplanmıştır. Elde edilen veriler betimsel olarak analiz edilmiştir. Öğrencilerin büyük bir çoğunluğu ilköğretim dönemlerinde toplama ve çıkarma işlemlerini öğrenirken benzer görsellerle karşılaştıklarını ve bu görsellerin toplama-çıkarma işlemlerinin modellenerek öğretilmesinde fayda sağlayacağını belirtmişlerdir. Görsellerin öğretim sürecinde kullanımının öğrencilerin kümeler arasındaki işlemleri kavramalarında olumsuz etkisinin olabileceğinin dikkate alınması tavsiye edilmiştir.

Anahtar sözcükler: *Görsel kullanımı, toplama ve çıkarma öğretimi, küme işlemleri.*

USE OF VISUALS EVOKING ADDITION-SUBTRACTION OPERATIONS AND UNION-COMPLEMENT OPERATION WİTH SETS

Abstract

The aim of this study is to explore the problem "What inferences do undergraduate Mathematics students make from visuals evoking addition-subtraction operations and union-complement operations in sets?" Survey method was chosen in this study. Data were collected in the spring semester of the academic year, 2010-2011with an Information Collection Forms which is applied to 239 university students enrolled in Education and Science and Literature Faculty locating in a medium-sized province of Eastern Anatolian Region. Collected data were analyzed in a descriptive way. High majority of the students stated that they faced the images in their previous primary education in learning addition and subtraction, and these images

would be useful in teaching addition and subtraction with modeling. It is suggested to consider that usage of these images in instruction process can also have negative effects on students' understanding operations among sets.

Keywords: *Use of visual, teaching addition and subtraction, set operations.*

1. Giriş

Günlük yaşamın her alanında gerekli olan çözümleyebilme, usavurabilme, iletişim kurabilme, genelleme yapabilme, yaratıcı ve bağımsız düşünebilme gibi üst düzey davranışları ve kazanımları geliştiren bir alan olarak matematiğin öğrenilmesi bir ihtiyaç olarak ortaya çıkmaktadır. Bu nedenle matematik ilk ve orta öğretim programlarında yer almakta ve matematik öğretiminde de öğrencilerin somut deneyimlerinden, sezgilerinden matematiksel anlamları oluşturmalarına ve soyutlama yapabilmelerine yardımcı olma (MEB, 2005) amaçlanmaktadır. Matematik ve matematik öğretiminin temelini oluşturan (Gavalas, 2005) ve matematik dilinde birlik sağlama çabalarının bir ürünü olan küme kavramı matematiğin yanı sıra diğer bilimlerin gelişimine de önemli katkılar sağlamıştır (Dönmez, 2002). Matematiğin aksiyomatik yapısı ile ispat mantığının ortaya konmasında ve cebir öğretiminde önemli yere sahip olan küme kavramı günümüzde pek çok ülkenin öğretim programlarında yer almaktadır (Uğurel ve Moralı, 2010). Ayrıca hizmet içi eğitim çalışmalarında ve birebir görüşmelerde öğretmenlerin dört işlemden yapılabilenlerin kavratılmasında sonuçlarının başarılı olduğu dönütü alınan küme kavramı esasına dayalı öğretim şeklini kullandıkları bilinmektedir. Bunun için öğretmenler sayılar ve sayı sistemi gibi soyut kavramları öğretirken öğrencilerin zihinlerinde canlandırabilecekleri nesne, eşya, şekil, resim gibi küme görsellerini kullanırlar (Albayrak ve diğerleri, 2006). Soyut düşüncelerin somutlaştırılması ya da resimlenmesi olarak ifade edilen görselleme (Kruteskii, 1976) aynı zamanda görülmeyenin daha iyi algılanmasını sağlayan bir metottur (Zimmerman ve Cunningham, 1991). Öğretimde kullanılan görsel öğelerin öğrencilere bilgiyi verme, bilgileri destekleme, ilgi çekerek dikkati yönlendirme, konuları özetleme, olgular veya kavramlar arasındaki ilişkileri gösterme, zihinde canlandırılması güç olan karışık konuları daha kolay anlaşılır kılma gibi çok önemli işlevleri vardır (Dursun ve Esgi, 2008). Yapılan çalışmalar, etkili kullanılan görsel öğelerin öğrencilerin öğrenmelerine yardımcı olduğunu, aksi halde öğrenmeyi olumsuz etkilediğini (Özay ve Hasenekoğlu, 2007; Yalın, 1996; Lord, 2001; Kabapınar, 2003) ve öğrenci algısına zarar verdiği göstermiştir (Delice, Aydın ve Kardeş, 2010). Böylelikle öğrencilerde öğrenme güçlükleri ya da kavram yanılgıları oluşmaktadır. Okul öncesi dönemden başlayarak üniversite seviyesine varıncaya kadar birçok konuda öğrencilerin matematiğe dair ne tür öğrenme güçlükleri ile karşılaştıkları ve kavram yanılgılarının doğasının ne olduğu gibi hususlar hakkında öğretime yardımcı olacak bir çok araştırma yapılmıştır (Zembat, 2008; Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy 2009; Kar, Çiltaş ve Işık, 2011). Matematiksel kavramların soyut yapısı düşünüldüğünde bu tür kavramların tam anlamıyla kavranılmasının, öğrenenler açısından zor bir durum olduğu söylenebilir. Matematik-

te tanım ve kavramlar bir bütün içerisinde yorumlanmalı ve öğrenilmelidir (Özdemir, 2000). Özellikle temel kavramların edinilmesindeki hata ya da eksikler fark edilip düzeltilmezlerse yaşam boyu yeni bilgilerin yanlış ya da eksik edinilmesine neden olabilmektedir (Baki 1998; Ersoy,1998). Beynin soyutlama yetisi yaşa ve deneyime bağlı olarak gelişim gösterdiğinden öğretilmek istenen kavramlar ve kullanılacak görseller doğru zamanda ve doğru biçimde verilmelidir (Uğurel ve Moralı, 2010). Matematik benzer olayları, bu olaylar arasındaki ilişkileri soyutlar. Bu bazen gerçek bir olay bazen de gerçek olduğu deneyle doğrulanamayacak bir olay olur. Elbette matematiği kullanacak bireyler gerçek bir hayatta yaşamakta ve bu gerçek hayatta karşılaştıkları ya da karşılaşacakları olaylarda matematiğin soyutlamalarından faydalanacaklardır. Bu nedenle aralarında matematik sembolleri bulunan kümeye benzer görseller kullanarak somutlaştırma ya da modelleme önemlidir. Fakat bu yapılırken o soyutlamayı kazandıracak en yakın örneklerin seçimi önem kazanmaktadır. Seçimin doğruluğuna o konu da uzman olanların ortak karar vermesi olası yanılgıları engelleyecek ve amaca doğru bir şekilde ulaşılmasını sağlayacaktır. Bu bağlamda matematik öğretiminde görsel öğelerin kullanılması konusu araştırmaya değerdir.

1.1. Çalışmanın Amacı

Bu çalışmanın amacı "lisans seviyesindeki matematik programları öğrencileri toplama-çıkarma işlemlerini çağrıştıran görseller ile kümelerle yapılan birleşim-fark işlemi görsellerinden ne gibi çıkarımlar yapmaktadırlar?" problemini araştırmaktır. Bu amaca uygun olarak aşağıdaki alt problemlere cevap aranmıştır.

1. Öğrencilerin ne kadarı toplama ve çıkarma işlemlerini çağrıştıran görsellerle karşılaşmaktadır?

2. Aralarında "+" ya da "–" sembolleri bulunan görsellerden öğrenciler hangi çıkarımlarda bulunmaktadırlar?

3. Aralarında "∪" ya da "\" sembolleri bulunan görsellerden öğrenciler hangi çıkarımlarda bulunmaktadırlar?

4. Aralarında "+" ya da "–" sembolleri bulunan görsellerle aralarında "∪" ya da "\" sembolleri bulunan görselleri nasıl ilişkilendirmektedir?

2. Yöntem

Bu çalışmada tarama modeli kullanılmıştır. Tarama modelleri, geçmişte veya halen var olan bir durumu var olduğu şekliyle betimlemeyi amaçlayan bir araştırma yaklaşımıdır. Araştırmaya konu olan olay, birey, grup veya nesne kendi koşulları içinde olduğu gibi tanımlanmaya çalışılır (Karasar, 2008). Bu çalışmada öğrencilerin toplama-çıkarma işlemlerini çağrıştıran görseller ile kümelerle yapılan birleşim-fark işlemleri görsellerinden çıkarımlarını betimlenmek istendiğinden sadece nitel veri toplama yöntemi kullanılmıştır.

2.1. Çalışma Grubu

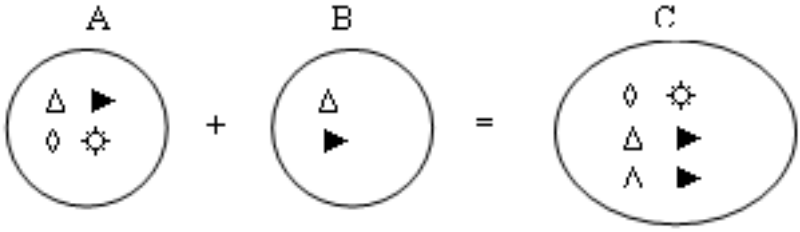
Çalışma grubunu, Doğu Anadolu Bölgesi'nin nüfus ve yüzölçümü yönü ile orta ölçekli bir ilinde bulunan Eğitim ve Fen /Edebiyat Fakültelerinin matematik programlarında öğrenim gören sınıf ve bilgi düzeyleri dikkate alınmamış toplam 239 öğrenci oluşturmaktadır.

2.2. Veri Toplama Aracı

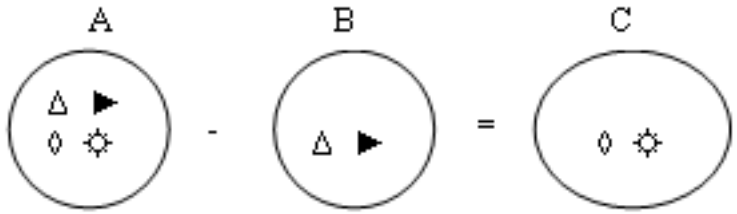
Bu çalışmada veriler, Bilgi Toplama Formu 1 (BTF1) ve Bilgi Toplama Formu 2 (BTF2) yardımı ile toplanmıştır. Buna göre BTF1, öğrencilerin ne kadarının toplama ve çıkarma işlemlerini çağrıştıran görsellerle karşılaştığını belirlemek için bir ve aralarında "+" ya da "–" sembolleri bulunan görsellerden çıkarımlarını belirlemek için ise üç adet olmak üzere toplam dört adet açık uçlu sorudan oluşmaktadır. BTF2 ise öğrencilerin aralarında "∪" ya da "\" sembolleri bulunan görsellerden çıkarımlarını belirlemek için iki ve aralarında "+" sembolü bulunan görselin farklı ifade edildiğinde çıkarımlarını belirleyecek bir olmak üzere açık uçlu toplam üç sorudan oluşmaktadır. BTF1 ve BTF2'nin pilot çalışması, Eğitim Fakültesinin Matematik Öğretmenliği Programı 2. sınıfında öğrenim gören 30 öğrenciyle gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışması sonucunda öğrencilerin yanlış algılamalarının giderilmesi için soruların ifadeleri üçü alan ve biri dil uzmanı olmak üzere dört uzman görüşü doğrultusunda yeniden düzenlenerek BTF1 ve BTF2'nin geçerliği sağlanmıştır.

BTF1'nin birinci sorusu "Aşağıdaki sorularda geçen görsellere benzer görsellerle daha önce karşılaştınız mı?" Kısaca açıklayınız.

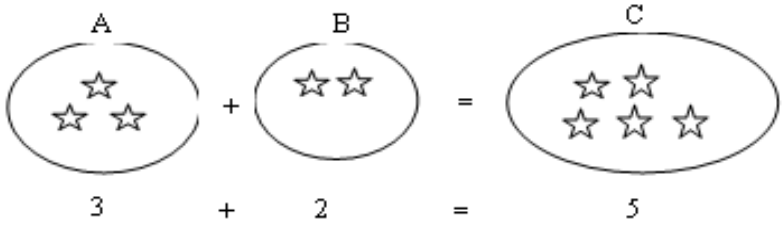
BTF1'nin ikinci sorusu "Aşağıdaki görsel size matematiksel olarak neyi ifade ediyor?" Kısaca açıklayınız.



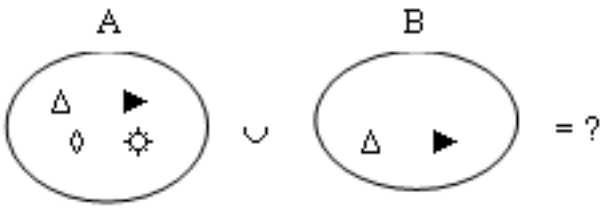
BTF1'nin üçüncü sorusu "Aşağıdaki görsel size matematiksel olarak neyi ifade ediyor?" Kısaca açıklayınız.



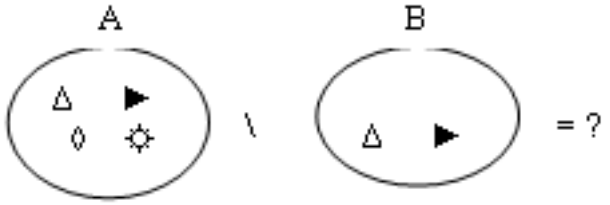
BTF1'nin dördüncü sorusu "Aşağıdaki görsel size matematiksel olarak neyi ifade ediyor?" Kısaca açıklayınız.



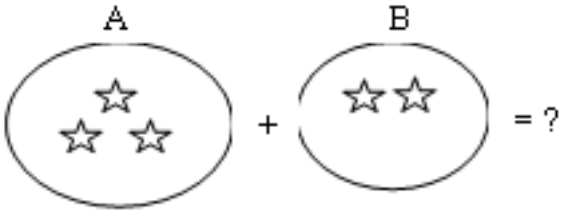
BTF2' nin birinci sorusu "Aşağıdaki görsellerde verilen işlem sizce anlamlı ise yapınız."



BTF2' nin ikinci sorusu "Aşağıdaki görselde verilen işlem sizce anlamlı ise yapınız."



BTF2' nin üçüncü sorusu "Aşağıdaki görselde geçen A ve B yi { } şeklindeki küme ayraçları içine yazarak istenen işlem yapılabilir mi? Neden? "



2.3. Veri Toplama ve Analizi

Araştırma grubu tarafından hazırlanan BTF1 ve BTF2'de yer alan soruların cevaplanabilmesi için araştırmanın katılımcılarına bir ders saati süresi verilmiştir. Cevaplama sürecinde öğrencilerin birbirlerini etkilemeleri ve konuşmaları engellenmiştir.

Her bir öğrenciden alınan BTF1 ve BTF2 formları Ö.1 den Ö.239 a kadar numaralandırılmış ve veriler bilgisayar ortamına aktarılarak, Yıldırım ve Şimşek (2005) in de belirttiği şekilde betimsel olarak analiz edilmiştir. Buna göre elde edilen bulgular düzenlenmiş ve yorumlanmış bir biçimde okuyucuya sunmak için doğrudan alıntılara sık sık yer verilmiştir. Bu amaçla elde edilen veriler önce sistematik ve açık bir biçimde betimlenmiş daha sonra bu betimlemeler açıklanmış, yorumlanmış, neden sonuç ilişkileri irdelenerek temalar oluşturulmuş ortaya çıkan temalar ilişkilendirilmiş, anlamlandırılmış ve belli sonuçlara ulaşılmıştır. Sonuçlar alan yazınındaki sonuçlarla karşılaştırılmış ve önerilerde bulunulmuştur.

Çalışma da BTF1 ve BTF2'nin her bir sorusu temalara ayrılmış ve gruplanmıştır. Buna göre, BTF1'in birinci sorusu "karşılaştım" ve "karşılaşmadım" ve dördüncü sorusu "görselde verilen işlem yapılabilir ve "görselde verilen işlem yapılamaz" olarak iki temaya, ikinci sorusu "toplama işleminin modellenmesi", "kümelerin birleşimi", "simgelerin toplamı", "kümelerin eleman sayılarının toplamı", "matematiksel olarak bir anlam ifade etmeme ya da yanıt vermeme" olarak beş temaya, üçüncü sorusu "kümeler arasındaki fark işlemi", "kümelerin eleman sayıları arasındaki çıkarma işlemi", "benzer simgelerin çıkarılması", "çıkarma işleminin şema ile gösterimi", "matematiksel olarak bir anlam ifade etmeme ya da yanıt vermeme" olarak beş temaya ayrılmıştır. Benzer şekilde BTF2'nin birinci ve ikinci sorusu "görseli matematiksel olarak anlamlı bulup işlemi doğru yapma, anlamlı bulup işlemi yanlış yapma, matematiksel olarak anlamlı bulmama" olarak üç temaya, üçüncü sorusu ise "görselde verilen işlem yapılabilir ve işlem yapılamaz" olarak iki temaya ayrılmıştır.

3. Bulgular

Araştırmanın birinci alt problemine ilişkin bulgular;

Tablo3.1. BTF1'un Birinci Sorusuna Öğrencilerin Verdikleri Yanıtların Temalara Göre Dağılımı

Temalar	f	%
Karşılaştım	220	92,06
Karşılaşmadım	19	7,94
Toplam	239	100

Tablo3.1'de görüldüğü gibi katılımcıların %92,06 (220) sı BTF1 ve BTF2 dekine benzer görsellerle karşılaşmışlardır.

Araştırmanın ikinci alt problemine ilişkin bulgular;

Tablo3.2. BTF1'in İkinci ve Dördüncü Sorularına Öğrencilerin Verdikleri Yanıtların Temalara Göre Dağılımı

Temalar	2. soru		4. soru	
	f	%	f	%
Toplama işleminin modellenmesi şeklinde algılayanlar	71	29,71	84	35,15
Kümelerin birleşimi şeklinde algılayanlar	48	20,08	7	2,93
Simgelerin toplamı şeklinde algılayanlar	66	27,62	72	30,12
Kümelerin eleman sayılarının toplamı şeklinde algılayanlar	29	11,13	61	25,52
Görsellerin matematiksel olarak bir anlam ifade etmediğini belirtenler ya da yanıt vermeyenler	25	10,46	15	6,28
Toplam	239	100	239	100

Tablo3.2'den anlaşılacağı gibi öğrenciler BTF1'in ikinci ve dördüncü sorusundaki görselden en çok "toplama işleminin modellenmesi" çıkarımını yaparken BTF1'in ikinci sorusundaki görsel için en az "matematiksel olarak bir anlam ifade etmediği" ve BTF1'in dördüncü sorusundaki görsel için ise en az "kümelerin birleşimi" çıkarımlarını yapmışlardır.

"toplama işleminin modellenmesi" çıkarımını yapan öğrencilerden bazılarının ifadeleri aşağıdaki gibidir.

Ö.68. "4+2=6 toplama işleminin kümeler yardımıyla gösterimidir."

Ö.151. "Bu görsel ifadeler toplama işlemini daha somut hale getirerek öğrenciye sunulur. Bunu yapmamızın amacı da öğrencinin daha somut işlemlerde (7-11yaş) yer almasıdır.

Ö.156. "İlkokulda toplama ve çıkarmayı öğrenirken test kitaplarında karşılaştım. Aynı şekilleri gruplar halinde toplayabiliriz. Toplam şekil sayısı 4+2=6 olduğunu gösteriyor."

"toplama işleminin modellenmesi" çıkarımını yapan öğrencilerden bazılarının ifadeleri aşağıdaki gibidir.

Ö.62. "Kümelerde venn şeması yöntemiyle toplama işleminin gösterilmesidir."

Ö.88. "Bu örnek toplama işleminin modelleme yoluyla gösterilmesidir."

Ö.108. "Bu görseller matematik kavramaları somutlaştırarak amaçlayan ifadelerdir. İlköğretimde ki bir öğrenciye 3+2 kaçtır gibi bir soru sorulduğunda 3 tane elmam var 2 tane daha eklersem kaç elmam olur gibi soru şekline çevrilirse öğrencinin öğrenmesi ve akılda kalması daha kolay olur".

Ö.233. "Toplama işleminin sembolik ve rakamsal ifadesi belirtilmiştir."

"kümelerin birleşimi" çıkarımını yapan öğrencilerden bazılarının ifadeleri aşağıdaki gibidir.

Ö.96. "A ∪ B. A kümesi ile B kümesinin toplamı yani A kümesindeki elemanlarla B kümesindeki elemanları bir araya toplamışız ve C kümesini oluşturmuşuz. Yani A kümesinde 4 görsel var ve B kümesinde 2 görsel bunlar C kümesinde toplanarak toplam 6 görselden oluşan C kümesi ortaya çıkar."

Ö.97. "Bu işlem kümelerde birleşme özelliğini anlatıyor."

Ö.154. "İki kümenin birleşimi şema olarak gösterilmiştir."

"kümelerin birleşimi" çıkarımını yapan öğrencilerden bazılarının ifadeleri aşağıdaki gibidir.

Ö.8. "A ∪ B =C, S(A) + S(B)=S(C), 3 + 2=5"

Ö.22. "A da ve B de bulunan aynı nesnelerin bir kümede toplanması sonucu C kümesi elde edilir. A ∪ B = C"

Ö.213. "A ∪ B=C, Aynı elemanlara sahip kümelerin toplamı yine aynı elemanlara sahip bir kümedir."

"simgelerin toplamı" çıkarımını yapan öğrencilerden bazılarının ifadeleri aşağıdaki gibidir.

Ö.90. "Denk terimlerin toplanmasını ifade ediyor. İlkokul 1. sınıfta 4 işlemin anlatılmasında en kolaya indirgemek için ya da matematiği soyut bir kavramdan somut bir kavrama dönüştürmek için yapılmış olabileceğini düşünüyorum."

Ö.101. "Sembollerle toplamayı öğretebilmektedir. Öğrenciye matematiği sevdir-

mek için şekillerle toplama yapılmış. Kümeler konusunu anlatmak için ifade edilmiş.

(1 güneş + 1 üçgen + 1 dolu üçgen + 1 dikdörtgen) + (1 üçgen + 1 dolu üçgen) = 1 dikdörtgen + 2 üçgen + 2 dolu üçgen + 1 güneş. 4 + 2 = 6"

"simgelerin toplamı" çıkarımını yapan öğrencilerden bazılarının ifadeleri aşağıdaki gibidir.

Ö.19. "Eleman sayısı farklı iki kümenin elemanları ile "+" sembolü kullanılarak matematiksel bir işlem yapılarak bir sonuca ulaşılabilir."

Ö.106. "Burada toplama işlemi hem simge hem rakamla ifade edilmiş. 3 ☆ + 2 ☆ = 5 ☆ gibi"

"kümelerin eleman sayılarının toplamı" çıkarımını yapan öğrencilerden bazılarının ifadeleri aşağıdaki gibidir.

Ö.32. "S (A) ile S (B) nin elemanlarının toplamının venn şemasında gösterimi"

Ö.82. "A ve B nin elemanları toplamı C kümesidir."

"kümelerin eleman sayılarının toplamı" çıkarımını yapan öğrencilerden bazılarının ifadeleri aşağıdaki gibidir.

Ö.9. "Kümelerin birleşme (toplama) özelliğinin rakamlarla sembolleştirerek ifade edilmesi,

S(A)=3, S(B) =2, S(C)=5, S(A) + S(B) = S(C),

3 + 2 = 5

5 =5"

Ö.112. "S(A)+S(B). İlkokulda çok sık karşılaştım. Küçük bir çocuğa bir kavramı şekiller yardımıyla anlatmak daha kolay, eğlenceli ve kalıcıdır. Matematiksel olarak aynı elemanlara sahip iki küme arasındaki eleman sayılarının toplamını verir."

"matematiksel olarak bir anlam ifade etmediği" çıkarımını yapan öğrencilerden bazılarının ifadeleri aşağıdaki gibidir.

Ö.119. "Matematiksel olarak bir şey ifade etmiyor. Etmesi için aynı türden olması gerekir. Bu gösterim yanlıştır. Farklı öğelerle toplam işlemi yapılmaz."

Ö.126. "Birleşme (toplama işlemi), aynı cinsler toplanır, farklı cinsler toplanmaz."

"matematiksel olarak bir anlam ifade etmediği" çıkarımını yapan öğrencilerden bazılarının ifadeleri aşağıdaki gibidir.

Ö.98. "Bunlar anasınıfından sonra yarar sağlamaz. Zaman kaybıdır. Bunları ilköğretim kitaplarında gördüğümden dolayı böyle bir sonuca vardım."

Ö.172. "İkisi aynı şey değil kavram yanılgısına neden olur."

Tablo3.3. BTF1'in Üçüncü Sorusuna Öğrencilerin Verdikleri Yanıtların Temalara Göre Dağılımı

Temalar	f	%
Kümeler arasındaki fark işlemidir	100	41,84
Kümelerin eleman sayıları arasındaki çıkarma işlemidir	14	5,86
Benzer simgelerin çıkarılması işlemidir	53	22,18
Çıkarma işleminin şema ile gösterimidir	59	24,68
Görsellerin matematiksel olarak bir anlam ifade etmediğini belirtenler ya da yanıt vermeyenler	13	5,44
Toplam	239	100

Tablo3.3'de görüldüğü gibi BTF1'in üçüncü sorusundaki görselden öğrenciler en çok "kümeler arasındaki fark işlemi" çıkarımını yaparken en az "matematiksel olarak bir anlam ifade etmediği" çıkarımını yapmışlardır.

"kümeler arasındaki fark işlemi" çıkarımını yapan öğrencilerden bazılarının ifadeleri aşağıdaki gibidir.

Ö.3. "A/B = C, Dört elemanlı bir kümeden iki elemanlı kümenin çıkarımını verir."

Ö.183. "Kümelerde fark işlemini gösteriyor. Ya da A-B=C. Ya da basit düzeyde (somut olarak) çıkarma işlemini gösteriyor."

"kümelerin eleman sayıları arasındaki çıkarma işlemi" çıkarımını yapan öğrencilerden bazılarının ifadeleri aşağıdaki gibidir.

Ö.10. " 4-2=2, S (A) - S (B) = S(C), A kümesinin elemanlarından B kümesinin elemanlarını çıkardığımızda C kümesini elde ederiz. B ve C kümesi aynı zamanda A kümesinin alt kümesidir. A ∪ C ve A ∪ B, A\B=C"

Ö.21. "S (A) \ S (B) = S (C) kümesini verir. Fark kümesidir."

"benzer simgelerin çıkarılması" çıkarımını yapan öğrencilerden bazılarının ifadeleri aşağıdaki gibidir.

Ö.133. "Δ - Δ= 0, ►-►=0, Geriye ◊ ve ☼ kalır. 2 eleman eder. 4-2=2."

Ö.160. " 4 şekil-2 şekil=2 şekil.

1 güneş 1 dikdörtgen

1 üçgen - 1 üçgen = 1 güneş

1 dolu üçgen 1 dolu üçgen

1 dikdörtgen"

"çıkarma işleminin şema ile gösterimi" çıkarımını yapan öğrencilerden bazılarının ifadeleri aşağıdaki gibidir.

Ö.62. "Kümelerde venn şeması yöntemiyle kümelerdeki çıkarma işleminin gösterilmesidir."

Ö.139. "Burada da bildiğimiz adi anlamdaki çıkarma işlemi. Bunu daha önce karşılaştım, ilkokul döneminde böyle olması öğrenci çıkarma işlemini daha rahat kavrayabilir."

"matematiksel olarak bir anlam ifade etmediği" çıkarımını yapan öğrencilerden bazılarının ifadeleri aşağıdaki gibidir.

Ö.127. "Çıkarma işlemi yapılmaya çalışılmış. Fakat "-" işareti sayılar arasında kullanılmalı kümelerle değil."

Ö.142. "Burada da yukarıdaki gibi yapılmış ama matematik dilinde bu sayıya dökülür ona göre dört işlem yapılır yani bu şekilde çıkarma ve toplama olamaz."

Araştırmanın üçüncü alt problemine ilişkin bulgular;

Tablo 3.4. BTF2'in Birinci Ve İkinci Sorusuna Öğrencilerin Verdikleri Yanıtların Temalara Göre Dağılımı

Temalar	1 soru		2 soru	
	f	%	f	%
Görseli matematiksel olarak anlamlı bulup işlemi doğru yapanlar	216	90,38	222	92,89
Görseli matematiksel olarak anlamlı bulup işlemi yanlış yapanlar	13	5,44	8	3,35
Görseli matematiksel olarak anlamlı bulmayan ya da yanıt vermeyenler	10	4,18	9	3,76
Toplam	239	100	239	100

Tablo3.4'den anlaşılacağı gibi öğrencilerin %90,38'i BTF2'nin birinci sorusundaki ve %92,89'i BTF2'nin ikinci sorusundaki görseli matematiksel olarak anlamlı bulup işlemi doğru yapmışlardır. Ayrıca öğrencilerin %4.18'i BTF2'nin birinci sorusundaki, %3,76'sı BTF2'nin ikinci sorusundaki görseli matematiksel olarak anlamlı bulmamış ya da yanıt vermemiştir.

"görselleri matematiksel olarak anlamlı bulmayan" öğrencilerden bazılarının ifadeleri aşağıdaki gibidir.

Ö.181. "Eğer A ve B kapalı eğrilerini küme olarak alırsak, küme içindeki aynı elemanlar bir kere kullanılarak yeni bir C kümesinde birleşimi yapılır."

Ö.183. "Anlamsız, çünkü her elemanın önünde nokta yok."

Ö.129. "Anlamsızdır. Matematik sembollerle görsel semboller yan yana yazılmaz. Ancak A\B şeklinde yazılabilir"

Ö.168. "A\B, fakat bunu şema yerine liste yöntemiyle yapmak daha uygundur."

Görseli matematiksel olarak anlamlı bulmayan öğrenciler ifadelerinde genel olarak; görseldeki işlemin **Araştırmanın dördüncü alt problemine ilişkin bulgular;**

Tablo3.5. BTF2'in Üçüncü Sorusuna Öğrencilerin Verdikleri Yanıtların Temalara Göre Dağılımı

Temalar	f	%
Görselde verilen işlem yapılabilir	54	22,60
Görselde verilen işlem yapılamaz	185	77,40
Toplam	239	100

Tablo3.5'den anlaşılacağı gibi öğrencilerin %22,60'ı görselle verilen işlemin "yapılabileceğini" belirtirken %77,40'ı da "yapılamayacağını" belirtmiştir.

"görselde verilen işlem yapılabilir" yanıtını veren öğrencilerden bazılarının ifadeleri aşağıdaki gibidir.

Ö.99. "3+2=5. Yapılabilir. Çünkü küme liste yöntemi ile toplanabilir.

A+B={☆, ☆, ☆}+{☆, ☆}= {☆, ☆, ☆, ☆, ☆}

Ö.107. "yapılabilir. Çünkü A ve B iki kümenin veya farklı nesnelerin toplamını ifade ediyor. Toplama işleminde birleşme özelliği vardır."

"görselde verilen işlem yapılamaz" yanıtını veren öğrencilerden bazılarının ifadeleri aşağıdaki gibidir.

Ö.39. "Bu işlem küme olarak yapılamaz. Toplama işlemi olarak 3 yıldız ve 2 yıldız toplanabilir. Bu işlem {} bu ifade ile gösterilemez, küme oluşturmuyor."

Ö.117. "Yapılamaz. Çünkü birleşme tamamen toplama işlemi gibi değildir. Ortak elemanlar sadece bir kez yazılır. Toplama işleminde böyle bir şey söz konusu değildir. Burada aynı elemandan 5 tane var. Toplama işlemine göre 5 ini de yazarız. Küme gibi işlem yapmaya çalışırsak hata yapmış oluruz "

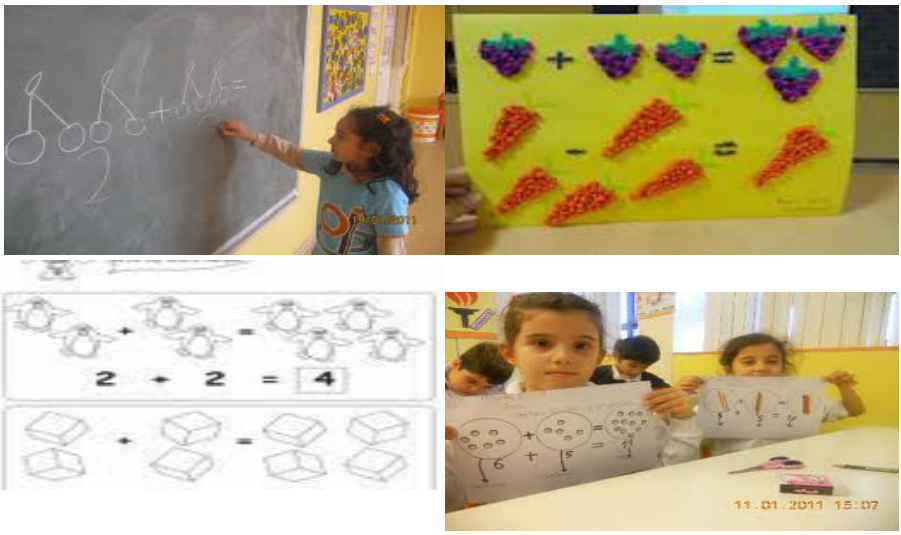
Ö.132. "{ }gösterimi kümelerde liste yöntemidir. A ve B bir küme değildir. O yüzden A ve B yi { } içine yazamayız.

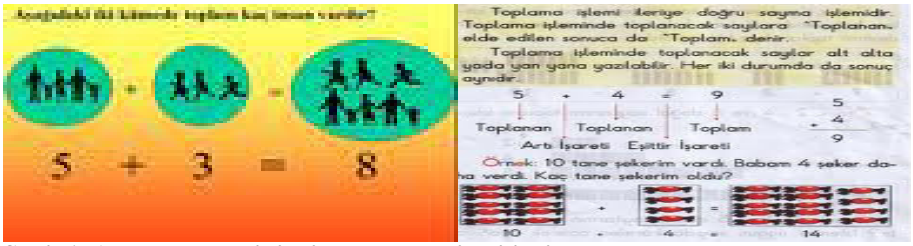
4. Tartışma ve Sonuç

Araştırmanın birinci alt problemine ilişkin sonuçlar;

Öğrencilerin büyük bir çoğunluğu benzer görsellerle karşılaşmışlardır. Bulgular

ve öğrenci görüşlerinden ilköğretimin ilk kademesinde öğretmenler tarafından BTF1 ve BTF2 de kullanılan görsellere benzer görseller kullanılmaktadır. Bu sonuç İpek ve arkadaşlarının (2009) "küme kavramıyla ilgili öğrencilerin yaşadıkları sıkıntıların bu kavramla ilk karşılaşma yani ilköğretimin ilk kademelerine rastladığı" ile Albayrak ve arkadaşlarının (2006) "öğretmenlerin sayılar, sayı sistemleri ve dört işlem gibi soyut kavramları öğretebilmek için öğrencilerin zihinlerinde canlandırabilecekleri nesne, eşya, şekil, resim ve bunun gibi görsellerle benzetme yolunu tercih ederler" sonuçları ile örtüşmektedir .Ayrıca Şekil.1 (google arama motorunda "toplama-çıkarma işlemi ile ilgili görseller" denildiğinde karşılaşılan görsellerin bazıları) de gösterilen görseller bu sonucu doğrular niteliktedir. Yine, Şekil.1 den ve çalışmaya katılan öğrenci görüşlerinden de anlaşılacağı gibi bu tür görseller genel olarak toplama ve çıkarma işlemini kavratmak için kullanılmaktadır. Örneğin Şekil.1 de "4+4 = ?" işlemini kavratmak için kiraza benzer resimler arasında toplama "+" ve eşitlik "=" sembolleri kullanılmakta ve benzer olarak gerçek (reel) cisimleri temsil eden resimler toplanıp çıkarılarak toplama ve çıkarma işlemi kavratılmaya çalışılmaktadır. Hâlbuki görsellerin toplamı-çıkarılması yerine görsellerin oluşturduğu kümelerin eleman sayılarıyla işlem yapılması matematiksel olarak daha anlamlıdır. Matematik semboller matematiksel anlamları dışında içerdikleri anlamlar nedeniyle çeşitli amaçlarla matematik dışında da kullanılmaktadır. Bu kullanım matematik öğrenmeleri olumsuz etkileyecek düzeye varması bu sembollerin gerçek anlamlarını yitirmesine neden olabileceğinden kullananların amaçlarını da olumsuz etkileyecektir.





Şekil 1. Araştırmanın ikinci alt problemine ilişkin sonuçlar;

Öğrenciler genellikle toplama ve çıkarma işlemlerini somutlaştıracağı için ilköğretiminde bu tür görsellerin kullanılmasının faydalı olacağı çıkarımında bulunmuşlardır. Bu sonuç Delice ve arkadaşlarının (2010) "öğretmen adayları matematik öğretiminde görsellerin kullanımının uygun olacaklarını belirmeleri" sonucu ile uyuşmaktadır. Bunun nedeni bu işlemleri öğrenmelerinde bu tür görsellerin kullanımının etkili olmasından kaynaklanabilir. Ayrıca öğrenciler bu görsellerden iki kümenin "toplamı", "çıkarımı", "farkı", "eleman sayılarının toplamı" çıkarımlarında da bulunmuşlardır. Kümelerin toplamını, çıkarımını hatta farkını benzer nesneleri birbirinden sanki sayıları toplar ya da çıkarır gibi toplamış ve çıkarmışlardır. Öğrenciler nesneleri bir araya getirmeyi toplama, nesne topluluğundan nesneleri ayırmayı çıkarma işlemi olarak algılama hatasına düşmüşlerdir. Ayrıca öğrenciler nesneleri sayarken sayılar arasında toplama işlemi yaptıkları kanısındadırlar. Bu görsellerle karşılaşmadığını belirtenler bu görsellerin matematiksel anlamı olmadığını, küme oluşturmadıklarını, kümelerin toplamının, çıkarımının olamayacağını belirtmişlerdir. Bu sonuç İpek ve arkadaşlarının (2009) "kümelerin gösteriminde elemanların ifade şeklinden daha çok kümeyi çevreleyen şekil ön plana çıkmaktadır" sonucu ile çelişmektedir.

Araştırmanın üçüncü alt problemine ilişkin sonuçlar; "Aralarında "∪" ya da "\" sembolleri bulunan görsellerden öğrenciler hangi çıkarımlarda bulunmaktadırlar?"

Aralarında küme işlemlerini belirten simgeler bulunan görselleri öğrencilerin çoğunluğu matematiksel olarak anlamlı bulup istenen işlemi doğru yapmışlardır. Bunun nedeni öğrencilerin kümeler arasında yapılan birleşim ve fark işlemlerini ve kullanılan sembollerin anlamlarını bilmeleridir. Bu sonuç, Uğurel ve Moralı (2010) nın "kümelerde yapılan birleşim ve fark gibi işlemleri yapmada zorluk yaşadıkları" sonucu ile çelişmektedir. Öğrencilerin az bir kısmı da birleşim sembolü ile toplama sembolünü karıştırmıştır. Fakat fark sembolü ile çıkarma sembolünü karıştıran, birini diğeri yerine kullanan öğrenci sayısı oldukça fazladır. Bunun nedeni sembollerin görüntü ve içerik acısından birbirlerine çok benzemelerinden kaynaklanmış olabilir.

Araştırmanın dördüncü alt problemine ilişkin sonuçlar; "Aralarında "+" ya da "–" sembolleri bulunan görsellerle aralarında "∪" ya da "\" sembolleri bulunan görselleri nasıl ilişkilendirmektedir"

Öğrencilerin görsellerden çok farklı çıkarımlarda bulunmaları görsellerin amaçlanan işlevlerini yerine getirmediğini göstermektedir. BTF1'in dördüncü sorusu ile BTF2'nin üçüncü sorusuna verilen yanıtlar, uygun olmayan görsellerin öğrencilerin bilgilerini ne kadar karıştırdıklarının (Özay ve Hasenekoğlu, 2007; Yalın, 1996; Lord, 2001; Kabapınar, 2003) açık bir örneğidir. Birinci görselden toplama işleminin kümelerle modellenmesi çıkarımını yapan öğrencilerin büyük çoğunluğu, bir kümede tekrarlı öğe olamayacağı için ikinci görselden aynı çıkarımı yapamayacaklarını belirtmişlerdir. Benzer bir sonuçta BTF1'in birinci ve dördüncü sorusuna verilen yanıtlardan çıkarılabilir. Farklı öğelerin bulunduğu ikinci sorudaki görselden öğrencilerin %20 .08'i "kümelerin birleşimi" çıkarımını yaparken benzer öğelerin bulunduğu dördüncü soruda bu %2.93 olmaktadır. Bu sonuç Linchevski ve Vinner (1988) ile Fischbein ve Baltsan (1999) un "bir kümedeki tekrarlı elemanların farklı elemanlar olarak göz önüne alındığı" sonucu ile çelişmektedir. Bu ise öğrencilerin küme bilgilerinin yerli yerinde olduğunu göstermekle birlikte görsellerin bu bilgileri sorgular hale getirdiğini göstermektedir. Moralı ve arkadaşlarının (2004) kümenin "hangi elemanlara sahip olduğunun açık ve net olarak belirlenememesi sonucu" ile örtüşmektedir. Bu görseller öğrencilerin kümeler arasındaki işlem bilgilerini de sorgular hale getirmektedir. Bu sonuç Lord (2001) in "metinle ilgisiz görsel öğelerden mecazi anlam çıkarma sonucu" ile örtüşmektedir. İlköğretim matematiği ileri matematik öğrenmelerin temelini oluşturacağından bu kademede matematiksel sembollerin ve simgelerin matematiksel anlamları kullanılması gerekmektedir.

Araştırmanın bir alt problemi olmamasına rağmen verilerden elde edilen bir sonuçta; Öğrencilerin matematiksel bilgilerini yazılı olarak ifade etmede yaşadıkları güçlük ve yaptıkları yanlışlıklardır. Bu sonuç Moore nin (1994) ve Kar ve arkadaşlarının (2011) "öğrencilerin matematiksel dili kullanmada zorluklar yaşadıkları" sonucu örtüşmektedir. Bu ise Aydın ve Yeşilyurt (2007) inde belirtildiği gibi öğreticilerin matematik bilgiyi ifade ederken çok titiz davranması ve öğrenenleri de bu titizliğin farkına vardırmaları gerekliliğini ortaya koymaktadır.

Bu çalışmanın sonucunda da görüldüğü gibi öğretmen eğitiminde matematik dilinin yerli yerinde kullanılmasına, kullanılacak görsellerin seçimine ve kullanılışa özen gösterilmesi önerilir.

5. Kaynaklar

Albayrak, M., İpek, S., Işık, C. (2006). Onluk sayma sisteminin öğretimi, *Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13,199-206.

Aydın, S. ve Yeşilyurt, M. (2007). Matematik öğretiminde kullanılan dile ilişkin öğrenci görüşleri. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*, 6(22), 90-100.

Baki, A. (1998). Cebirle ilgili işlem yanılgılarının değerlendirilmesi, 3. Ulusal Fen Bilimleri Eğitimi Sempozyumu, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fatih Eğitim Fakültesi.

Delice, A., Aydın, E., Kardeş, D. (2010). Öğretmen adayı gözüyle matematik ders kitaplarında görsel öğelerin kullanımı, *İstanbul Ticaret Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, 16 (2),75-92.

Dönmez, A. (2002). *Matematiğin öyküsü ve serüveni, "Dünya matematik tarihi ansiklopedisi", Matematik Sözlüğü*, *Cilt 1*. İstanbul: Toplumsal Dönüşüm Yayınları.

Dursun, F. ve Esgi, N. (2008). 4. ve 5. sınıf sosyal bilgiler öğretimi ders kitaplarının görsel tasarım ilklerine göre değerlendirilmesi, *Gazi Üniversitesi Endüstriyel Sanatlar Eğitim Fakültesi Dergisi*, 22, 21-34.

Erbaş, A. K., Çetinkaya, B. ve Ersoy, Y. (2009). Öğrencilerin basit doğrusal denklemlerin çözümünde karşılaştıkları güçlükler ve kavram yanılgıları, *Eğitim ve Bilim*, 24(152), 44–59.

Ersoy, Y. (1998). *Students' Performance in Solving Word Problems Related to Directed Numbers*, The First Conference of European Research on Mathematics Education, (CERME-1) Ağustos 27-31, Osnabrück, Germany.

Fischbein, E., Baltsan, M, (1999). The mathematical consepy of set and the "collection" model, *Education Studies in Mathematics*, 37, 1-22.

Gavalas, D. (2005). Conceptual mathematics: an application to education", *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 36 (5), 497–516.

İpek, S., Albayrak, M., Işık, C. (2009). Sınıf öğretmenliği adaylarının küme kavramıyla ilgili algıları, *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11,1, 221-230.

Kabapınar, F. (2003). Oluşturmacı anlayışı yansıtması açısından Türk ve İngiliz Fen Bilgisi Kitaplarındaki görsel öğeler, *Hacettepe Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25,119-126.

Kar, T., Çiltaş, A., Işık, A. (2011). Cebirdeki kavramlara yönelik öğrenme güçlükleri üzerine bir çalışma, *Kastamonu Eğitim Dergisi, **19 (3), 939-952.***

Karasar, N. (2008**).** *Bilimsel araştırma yöntemleri***.** Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.

Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren*. Chicago: University of Chicago Press. (bkz. s. 326).

Linchevski, L. and Vinner, Sh.: 1988, 'The naive concept of sets in elementary teachers', *Proceedings of the 12th International Conference, Psychology of Mathematics Education*, Vol. 11, Vezprem, Hungary, pp. 471–478.

Lord, M. (2001). Know much about science books? Many are rife with errors, says new study, U.S. News and World Report, 130 (3), 50.

MEB. (2005). *T.C Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı Ortaöğretim Matematik (9, 10, 11 ve 12.sınıflar) Dersi Öğretim Programı*, Ankara.

Moore, R. C. (1994) Making the transition to formal prof, *Educational Studies in Mathematics*, 27, 249-266.

Moralı, S., Köroğlu, H., Çelik, A. (2004). Buca eğitim fakültesi matematik öğretmen adaylarının soyut matematik dersine yönelik tutumları ve rastlanan kavram yanılgıları, *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24 (1), 161-175.

Özay, E. ve Hasenekoğlu, (2007). Lise-3 biyoloji ders kitaplarındaki görsel sunumla gözlemlenen bazı sorunlar, *Türk Fen Eğitimi Dergisi*, 4(1), 80-91.

Özdemir, H. B. (2000). Matematik öğretimde tanım, terim ve sembollerin önemi, H.Ü. Fen Bilimleri Eğitimi Kongresi Sempozyumu, 19–20 Eylül, İzmir, 647–649.

Uğurel, I., Moralı, S., (2010). Ortaöğretim öğrencilerinin kümeler konusundaki öğrenmelerinin değerlendirilmesi-I, *Akademik Bakış Dergisi*, 22, 1-25.

Yalın, H. (1996). Ders kitaplarının değerlendirilmesi, 6. Milli Eğitim Sempozyumu, Kütahya, 4-5 Ekim.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2005). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri (5. Baskı)*. Ankara: Seçkin Yayınevi.

Zembat, İ. Ö. (2008). *Kavram Yanılgısı Nedir?*, (Ed. M. F. Özmantar, E. Bingölbali ve H.Akkoç) *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri*, Ankara: Pegem Akademi Yayınevi, s. 1-8.

Zimmerman, W. ve S. Cunningham (1991). 'Editor's introduction: What is mathematical visualization?',W. Zimmerman and S. Cunningham (eds.),Visualization in Teaching and Learning Mathematics, Mathematical Association of America, MAA Notes Series, 1–8. McDonald, J. T. (2002, Ocak). *Using problem based learning a in science methods course*. Paper presented at the Annual Meeting of the Association for the Education of Teachers in Science, Charlotte, USA.

EXTENDED ABSTRACT

The aim of this study is to explore the problem "What inferences do undergraduate Mathematics students make from visuals evoking addition-subtraction operations and union-complement operations in sets?" To this aim, answers were sought to the following sub-problems:

1. How many of students face with visuals evoking addition and subtraction operations?

2. What inferences do students make from visuals including "+" or "–" symbols?

3. What inferences do students make from visuals including "∪" or "\" symbols?

4. How do they correlate between the visuals including "+" or "–" and visuals including "∪" or "\" symbols?

In this study, the screening model and only qualitative data collection method were employed, since the aim is to describe students' inferences from visuals evoking addition-subtraction operations and visuals evoking union-complement operations.

The study group consisted of 239 students enrolled in Mathematics undergraduate programs of Faculties of Education and Arts & Sciences located in a city, which is a medium-sized city in the Eastern Anatolian Region in terms of population and surface area.

Data were collected using Information Gathering Form 1 (IGF1) and Information Gathering Form 2 (IGF2). The pilot study of IGF1 and IGF2 was conducted with 30

students enrolled in the second-year of the Mathematics Teaching Program at the Faculty of Education. In order to eliminate students' misunderstandings, IGF1 and IGF2 were reformulated in line with the opinions of four experts (three field experts and a language expert).

Each student was asked to answer IGF1 and IGF2 in a class hour. Students were not allowed to talk and influence each other during the session.

IGF1 and IGF2 forms answered by all students were numbered from S.1 to S.239, and the data were transferred to computer environment and analyzed descriptively, as also indicated by Yıldırım and Şimşek (2005).

Conclusions regarding the first, second, third and fourth sub-problem of the research;

Findings and student opinions suggest that visuals similar to those used in IGF1 and IGF2 are used by teachers in the primary-stage of elementary education. This finding is in parallel with the findings of Ipek et al. (2009) that "students' problems with the concept of set begin with their first encounter with it, that is, the primary-stage of elementary education" and of Albayrak et al. (2006) that "teachers prefer the method of representing abstract concepts such as numbers, number systems and four operations with visuals in order to make students' comprehension easier".

Students mostly inferred that using visuals when teaching addition and subtraction for the first time would be useful since they will concretize these operations. This finding is in parallel with that of Delice et al. (2010) that "teacher candidates think that the use of visuals in mathematics teaching would be beneficial". This might have stemmed from the idea that using such visuals would be influential in the learning of these operations. In addition, students inferred from these visuals union, complement and difference of two sets and the sum of the numbers of their members. Those who reported that they had not encountered with these visuals indicated that these visuals had no mathematical correspondence, did not form sets, and sets could not be added or subtracted. This finding contrasts with the finding of Ipek et al. (2009) that "the figure that surrounds the set is more significant than the way the members are represented".

Most of the students found the visuals that included symbols representing set operations mathematically meaningful and they managed to perform the asked operation correctly. The reason behind this is that students knew the union-complement operations and the meanings of the symbols. This finding contradicts with that of Uğurel and Moralı (2010) that "students experience difficulties in making operations on sets such as union and complement". Few of them confused the union symbol with addition symbol. However, the number of students who confused the complement symbol with subtraction symbol and used them interchangeably was very high.

The finding that students made very different inferences from the symbols indi-

cates that these symbols do not fulfil their intended functions. Responses given to IGF1's fourth question and IGF2's third question are clear examples of how inappropriate visuals confuse students (Özay and Hasenekoğlu, 2007; Yalın, 1996; Lord, 2001; Kabapınar, 2003). The majority of students who inferred from the first visual the modelling of the addition operation with sets reported that they could not make the same inference from the second visual since a set could not contain repetitive members. A similar conclusion can be drawn from the responses given to IGF1's first and fourth questions. While 20.08% of the students made the inference of "union of sets" from the visual in the first question that included different elements, only 2.93% of them made the same inference from the fourth question that had similar elements. This finding is in contradiction with the findings of Linchevski and Vinner (1988) and Fischbein and Baltsan (1999) that "repeated members in a set are considered to be different members". Although this suggests that students' knowledge of sets is adequate, visuals make them question their knowledge. It is in parallel with the finding of Moralı et al. (2004) about the "inability to clearly determine the members of a set". These visuals also make students question their knowledge about operations between sets, which is in parallel with Lord's (2001) finding of "making non-literal inferences from the visuals that are irrelevant to the text".

Another conclusion drawn from the data although it was not a sub-problem of the research; is that students experience difficulties and make errors in expressing their mathematical knowledge in writing, which is in parallel with the findings of Moore (1994) and Kar et al. (2011) that "students experience difficulties in using mathematical language". This suggests, as Aydın and Yeşilyurt (2007) also indicate that teachers should be meticulous while expressing mathematical knowledge and make learners aware of it.

Dolut in ne volor aspitat uribus, sunt enis voluptas estinctur simporrum doluptia nonsequati quosseq uisincto quam quossi con nonsequ osandictusda dunt asim eostrum fugiatusda pedit il ex eaqui ut debis etur, sunt utatur? Quis quae nisciandani ut lautas quas doluptate laceat.

Offic tecearciet voluptio ommoloruntia voluptas quid quunt omnienis serum im fugiatem dem nat volupitis esto modia cullita tibus, tenisciet qui quidunte ra dis vidis dolor sit, volorro te sequam in et audania ntiorem. At litassimenis prestem qui int alit, odit, odio modi delectur, omni omniscil min re etur ma commolupta pra in nonsedionsed quident haruptatem re volescius a quam quatustis es ratur assus et rat porum, inis esci dernam, sum voluptur, optate dolupta quidunt hitis pedissi ntoruntem reium facita et exerspe sitiusa ndipsam dolupta quiditatia consequas alitatibus repudio blatem quaerep elescitium vollaci musandi atibus, susanda dit, sus con non excessequodi si nam volupit ea int.

Ficilla quatae ne volorer isintias quideri bearum aut eraepratus im fuga. Ature necae molor suntibea volupti autas exerit libusam accum ium, offici ullorerae dolut quo

magnatest, sumendae nobis inci dipitatio bearchitat.

Anti dolorepe conserum et facius a veriat.

Torrum harume cum ent ipitis dolores autempos sitae nonet preritati aut etur?

Pa diciate diam volest, consequo elit arior sum as aut volorit atibus ea dolupta tibusa quid molesci endanda eperfer ectaquo ssinima gnimposti cum reped qui doloriori comniss equam, ulla ditaquunt adi offic tetus alicid expla cuptiss imintin ctioste mpelit eos re volut optas mo ipiet magnimi liquiae ptatur at.

Ernate que vellupta ne ium ipsamus dandita epudae pre maxim sunt lautemp orrunte scipsam fugitat.

Dunt rerum quatquodit di quas mos nimus vel moluptatur? Tiatem sunt.

Ad ma quis apidendit dolorum fugia aut re con pedions eribus re, simusap elitem et ea quidita quide molor arum quunt ipsuntis erum cusdae. Et prentia autem eum dem derum il is volecae maionserchil etur? Quis alibus vendiciae nimilla doluptis aut