Journal of Computer and Education Research
(ISSN:2148-2896)
April 2017 Volume 5 Issue 9
www.joucer.com http://dergipark.gov.tr/jcer

Araştırma Makalesi

An Investigation of Mathematical Knowledge Related to Mathematics Teachers' Basic Concepts in Sets Unit

Nurullah YAZICI[1,*] Mehmet Nuri KÜLTÜR[2]

[*] Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, yazicinurullah@gmail.com

[2] Atatürk Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, mnuri.kultur@atauni.edu.tr

[*]Corresponding Author: yazicinurullah@gmail.com

Article Info

Received: *November 30, 2016*
Accepted: *March 26, 2017*
Online: *May 13, 2017*

Keywords: Mathematics education, sets, MKT model

Abstract

This research was conducted in order to examine the subject matter of Mathematics teachers in the context of "Mathematical Knowledge For Teaching" (MKT) model of "Basic Concepts in Sets" which is the first topic of the 9th class "Sets". The study group, which is one of the qualitative research methods, used the case study design, constitutes 5 mathematics teachers who work in different education levels (primary and secondary education) in the academic year of 2015-2016. Open-ended questions and semi-structured interview form developed by the researcher were used for data collection. A descriptive analysis technique was used to analyze the data obtained through interviews. While analyzing the data, teacher and student textbooks, which were prepared by the Ministry of National Education for the purpose of teaching in 2015-2016 academic year, were taken as a reference. According to the research findings, it was determined that the teachers had deficiencies in the subject field of "Basic Concepts in the Sets" and had superficial knowledge rather than in depth knowledge.

To cite this article: Yazıcı, N. & Kültür, M.N. (2017). Matematik öğretmenlerinin kümeler ünitesinde yer alan temel kavramlara ilişkin matematiksel bilgilerinin incelenmesi. *Journal of Computer and Education Research*, 5 (9), 100-124.
https://doi.org/10.18009/jcer.69718

Matematik Öğretmenlerinin Kümeler Ünitesinde Yer Alan Temel Kavramlara İlişkin Matematiksel Bilgilerinin İncelenmesi

Makale Bilgisi

Geliş: *30 Kasım 2016*
Kabul: *26 Mart 2017*
Yayın: *13 Mayıs 2017*

Anahtar kelimeler: Matematik eğitimi, kümeler, ÖMB Model

Öz

Bu araştırma, Matematik öğretmenlerinin 9.sınıf "Kümeler" ünitesinin ilk konusu olan "Kümelerde Temel Kavramlara" ilişkin "Öğretim İçin Matematik Bilgisi (ÖMB)" modeli bağlamında, konu alan bilgilerinin incelenmesi amacıyla yapılmıştır. Nitel araştırma yöntemlerinden biri olan durum çalışması deseninin kullanıldığı araştırmanın çalışma grubunu 2015–2016 eğitim-öğretim yılında, farklı eğitim kademelerinde (ilköğretim-ortaöğretim) görev yapan 5 matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Veri toplama amacıyla araştırmacı tarafından geliştirilen açık uçlu soru ve yarı yapılandırılmış görüşme formu kullanılmıştır. Görüşme yoluyla ulaşılan verilerin çözümlenmesinde betimsel analiz tekniği kullanılmıştır. Verilerin analizi yapılırken, MEB'nin, 2015-2016 eğitim-öğretim yılında okutulması amacıyla hazırlamış olduğu öğretmen ve öğrenci ders kitapları referans olarak alınmıştır. Araştırma bulgularına göre öğretmenlerin, "Kümelerde Temel Kavramlara" ilişkin konu alan bilgilerinde eksikliklerin olduğu ve derinlemesine bilgiden ziyade yüzeysel bilgilere sahip oldukları tespit edilmiştir.

Journal of Computer and Education Research
(ISSN:2148-2896)
April 2017 Volume 5 Issue 9
www.joucer.com http://dergipark.ulakbim.gov.tr/jcer

Summary

An Investigation of Mathematical Knowledge Related to Mathematics Teachers' Basic Concepts in Sets Unit

Introduction

Teachers are the most important factors in achieving the quality expected from education. For this reason, many studies have been done on what qualifications teachers should possess. Ball, Thames & Phelps (2008) developed the "Mathematical Knowledge for Teaching" (MKT) model, which will help to reveal what should be teachers' knowledge in teaching any mathematical concept. MKT model, "Subject Matter Knowledge" and "Pedagogical Content Knowledge" to be a model consisting of two components (Ball, Thames & Phelps, 2008). Subject matter knowledge is the kind of knowledge they have about the basic concepts and content of the "Sets" topic taught by teachers. Subject knowledge is one of the most important areas in which a teacher should gain competence. However, the teacher's knowledge, the knowledge and experience of experts in the field is a separate information. For this reason, it is necessary for the teachers to have a certain level of understanding of the concept of "Sets" in order to be able to teach the concept of "Sets". This research was conducted in order to examine the subject matter of Mathematics teachers in the context of "Mathematical Knowledge for Teaching" (MKT) model of "Basic Concepts in Sets" which is the first topic of the 9th class "Sets". The study group, which is one of the qualitative research methods, used the case study design, constitutes 5 mathematics teachers who work in different education levels (primary and secondary education) in the academic year of 2015-2016. While forming the working group, it was taken as a voluntary criterion along with purposeful sampling technique. For this, teachers' professional experience, education status, education levels and the years of entering classes in Grade 6 (previous curriculum) and 9th Grade of education are taken into account. Thus, teachers at different levels of education and at different levels of knowledge are allowed to participate in the research.

Open-ended questions and semi-structured interview form developed by the researcher were used for data collection. The semi-structured interview form has been prepared in the form of open-ended questions in line with the learning outcomes contained in the 9th grade Mathematics Curriculum on "Basic Concepts in Sets". A descriptive analysis technique was used to analyze the data obtained through interviews. While analyzing the data, teacher and student textbooks, which were prepared by the Ministry of National Education for the purpose of teaching in 2015-2016 academic year, were taken as a reference. In order to determine the content validity of the semi-structured interview form, the interview form has been examined by a total of 2 faculty members, specializing in the fields of "Sets" and "Mathematical Knowledge for Teaching (MKT)". In the direction of the suggestions coming from the experts, the validity of the questionnaires was determined by giving the final forms to the questionnaires and making some changes on some items and it was seen that the questions were sufficient. In order to demonstrate the reliability of the study, the data obtained from the answers given by the teachers in the study group to the questions are coded. The consistency of the codes was examined by researchers and two training specialists, and the items with the "Opinion Alliance" or "Opinion Separation" were identified by marking. As a result of the calculations made, the reliability of the research was 78%, so the research was considered reliable.

According to the research findings, it was observed that the teachers gave explanations with a general mathematical knowledge rather than giving mathematical explanations to the questions, which they generally gave superficial or incomplete answers to their questions, and gave wrong answers in some answers. However, teachers in particular the "Infinite Set", "Universal Set" and "Equal Sets" concept has been observed to have a superficial knowledge on. This implies that the teachers should have a "Universal Set" consisting of too many elements or very large elements; for the "Infinite Set", it is also possible to see in the explanations that there should be a cluster of so many elements that can not be counted.

Giriş

Öğretmenlerin, eğitimden beklenilen kaliteye ulaşmada en önemli faktörler olması sebebiyle, öğretmenlerimizin niteliğinin arttırılmasına yönelik ulusal ve uluslararası boyutta birçok çalışma yapılmıştır (Başkan, 2001; Connel, 2009; Toluk Uçar, 2009; Azar, 2011; Şişman, 2011). Bu araştırmaların neticesinde ortaya çıkan kavramlardan biri de öğretmenin sahip olması gereken yeterliliklerin neler olması gerektiğidir. Öğretmen yeterlilikleri, Şişman (2009)'a göre, "öğretmenlerin bilgi, beceri, tutum, değer, davranış gibi yönlerden sahip olmaları öngörülen özellikler ya da nitelikler bütününü ifade etmek için" kullanılmaktadır. Bununla birlikte, öğretmenlerden beklenen alan bilgisi yeterliğinin öğretmen bilgisi için öncelikli bilgi olarak yeterlikler arasında yer aldığı görülmektedir (Appleton, 2003). Öğretimi yapılacak konuya ait bilgi, başkasının öğrenmesine rehberlik etmede temel gerekliliktir (Karal Eyüboğlu, 2011). Zira öğrenme etkinliklerinin seçimi, öğrenciye düşündürücü sorular sorma, öğrencinin öğrenmesini değerlendirme gibi birçok öğretim etkinliği, öğretmenin öğretmesi gereken konulara ilişkin bilgisine dayanmaktadır (Ball & McDiarmid, 1990).

Kümeler konusu, mantık ve cebirin kurulmasında ve öğretilmesinde önemli yere sahip olmasının yanı sıra matematiğin aksiyomatik yapısının ve ispat mantığının ortaya konmasında temel oluşturmasından dolayı, bu konuya yönelik kavramların öğretimi matematik eğitimi açısından önem taşımaktadır (Uğurel & Moralı, 2010). Sayılar konusu, bunun en bariz örneği olarak söylenebilir. Çünkü sayı kümeleri, sayılar konusu içerisinde işlenen matematiğin en temel kavramlarıdır. Bu sayı kümeleri arasındaki ilişkiler, kümelerin birbirini kapsaması veya birbirinin alt kümesi olması, ancak kümeler konusunun öğretiminden sonra öğrencilere kazandırılabilecek kavramlardır (Özdemir, 2015). Bununla birlikte öğrenciler, matematiksel mantık ve önermeler konusu içerisinde yer alan "ve" ya da "veya" gibi kavramları, küme konusu içerisinde öğretilen kesişim ve birleşim işlemleriyle ilişkilendirmeleri sonucu bu konuyu çok daha kolay bir şekilde kavrayabileceklerdir. Benzer şekilde, olasılıkla ilgili temel kavramlardan "deney, örnek uzay, olay ve olayın çıktısı" kavramlarının kümeler konusu ile ilişkili olduğu bilinmektedir. Olasılık konusu içerisinde yer alan, ayrık ve ayrık olmayan olaylar birleşim kümesiyle; bağımlı ve bağımız olaylar kesişim kümesiyle ilişkilendirilebilen kavramlardır. Bununla birlikte, geometrinin temel konularından sayılan "nokta, doğru, düzlem" konusu ve fonksiyon konusu gibi birçok konu, küme kavramının üzerine inşa edilmiştir.

Matematikteki birçok konunun kümeler konusu üzerine inşa edilerek öğretilmesi sebebiyle, küme kavramı matematiğin temelini oluşturan önemli kavramlardan biridir (Gür, 2009). Küme kavramını öğretebilmek için, küme kavramını belli bir düzeyde anlamış olmanın gerekliliği bilinen bir gerçektir. Fakat yalnızca kümeler konusunu bilmenin öğretmek için yeterli olmadığı da aşikârdır (Öner, 2010). Yapılan araştırmalar gösteriyor ki; alan bilgisi, öğretmenin yetkinlik kazanması gereken en önemli alanlardan birisidir. Ancak, öğretmenin bilgisi, alan uzmanının bilgisinden ayrı bir bilgi ve birikimdir. İlk kez Shulman (1986), pedagojik alan bilgisi (PAB) kavramıyla, bir eğitimcinin bilgisinin (örneğin matematik eğitimcisi), alan uzmanının bilgisinden (örneğin bir matematikçi) ayrı bir bilgi ve birikim olduğunu ortaya koymuştur (Akkoç & diğerleri, 2011). Shulman'ın geliştirmiş olduğu öğretmen bilgisi modeli matematik eğitiminde birçok araştırmaya yön vermiştir. Bu anlamda matematik eğitimi alanında yapılan çalışmalardan biri de Shulman (1986)'ın modelini temel alarak geliştirilen ve Shulman (1986)'ın kavramlarını ve tanımlamalarını daha detaylı olarak açıklayan "Öğretim için Matematik Bilgisi (ÖMB) modelidir. Öğretim için Matematik Bilgisi (ÖMB) modeli, "Konu Alan Bilgisi" ve "Pedagojik Alan Bilgisi" olmak üzere 2 bileşenden oluşan bir modeldir. Her bir bileşen de kendi içerisinde üç alt bileşene ayrılmaktadır (Ball, Thames & Phelps, 2008). Bu bileşenler Tablo 1.'de gösterilmiştir.

Tablo 1. Öğretim için Matematik Bilgisi (ÖMB) Modeli

Konu Alan Bilgisi			**Pedagojik Alan Bilgisi**		
Genel Alan Bilgisi	Uzmanlık Alan Bilgisi	Kapsamlı Alan Bilgisi	Alan ve Öğrenci Bilgisi	Alan ve Öğretme Bilgisi	Alan ve Müfredat Bilgisi

Konu Alan Bilgisi; öğretmenin, etkin bir eğitim yapabilmesi için gerekli olan konu bilgisidir. Üç alt bileşenden oluşmaktadır. Genel Alan Bilgisi, sadece matematik öğretmenlerine özgü olmayan, konuya hâkim herkesin çok fazla derine inmeden yapabileceği matematik bilgisi olarak görülebilir. Uzmanlık Alan Bilgisi, öğretmenin matematiksel ifadeler, işlemler veya kavramların "Neden?" ve "Niçin?" ini ortaya koyabildiği ve içerisinde pedagojik bilginin olmadığı matematiksel bilgidir. Kapsamlı Alan Bilgisi, matematik öğreten kişinin geniş bir bakış açısına sahip olmasını ve matematiksel konuları birbirleriyle ilişkilendirebilmesini, yani matematiğe bir bütün olarak bakabilmesini gerektirir (Aslan-Tutak & Köklü, 2016).

Pedagojik Alan Bilgisi; matematik öğretmeninin matematik öğretimi sırasında öğretilen konuların anlaşılması için kullandığı etkili gösterimler, benzetmeler, örnekler ve açıklamaların bilgisi olarak düşünülebilir. Üç alt bileşenden oluşmaktadır. Alan ve Öğrenci Bilgisi ile öğrenciler hakkındaki bilgilerin birleşimi sayesinde öğretmenin, konuya ve öğrenciye özgü etkili öğretim yöntem ve tekniklerini seçmesi bu bileşenin içeriğini oluşturur. Burada hedef öğrencinin anlamlı öğrenmesidir. Alan ve Öğretme Bilgisi, AÖtB olarak da adlandırılan bu bilgi, en sade şekilde ifade edilecek olursa öğretmenin konuya özgü ders tasarlayabilme bilgisidir. Öğretim esnasında kullanılacak modellerin ve temsillerin kullanılması AÖtB kapsamında değerlendirilmektedir. Alan ve Müfredat Bilgisi, müfredata uygun materyal seçme, teknolojiyi sınıf içerisinde kullanma gibi bilgileri içerir. Öğretmen müfredata hâkim olmalı ve matematiği diğer alanlarla ilişkilendirmede gerekli tedbirleri alması da alan ve müfredat bilgisi içerisinde yer alır (Aslan-Tutak & Köklü, 2016).

Yapılan araştırmalarda, öğrencilerin kümeler ünitesindeki kavramlara ilişkin yüzeysel anlamalar gösterdikleri ve bu ünitedeki kavramlara ilişkin kavram yanılgılarına sahip oldukları görülmektedir (Zehir, Işık & Zehir, 2008; Uğurel & Moralı, 2010; Gür, 2009). Kümeler konusu, matematikteki soyut kavramlardan biridir (Baki & Şahin, 2004). Soyut kavramlar ise, öğrenciler tarafından zor kazanılan kavramlardır. Matematikteki bu soyut kavramların öğretimi sırasında, öğrencinin zihninde yer edecek somut ifadeler veya örnekler kullanılarak, öğrencinin zorlukları azaltılabilir veya giderilebilir (Baykul, 1999). Bu da öğretmenin etkin şekilde konu alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisine sahip olmasıyla mümkün olacaktır. Zira yüzeysel konu alan bilgisine sahip olan öğretmenler, pedagojik bilgilerini tam manasıyla kullanamamaktadır. Buna karşın, konu alan bilgisi yeterli olan öğretmenler ise derslerine kendilerine güven duyarak girmekte ve öğrencilerden gelen konuya yönelik soruları ivedilikle ve de bilerek cevaplayarak öğrencilerin öğrenmekten zevk almasını sağlamaktadırlar (Küçükahmet, 2008; Davis, 2003). Bununla birlikte, yeterli düzeyde konu alan bilgisine sahip olan ve konu ile alakalı kavramlar arasında ilişkiler kurabilen öğretmenler, konu anlatımında değişik yöntemlerle ve aktivitelerle konuyu geliştirme ihtiyacı duymaktadırlar. (Cohen, McLaughlin & Talbert, 1993).

Bu araştırmada, matematik öğretmenlerinin, "Kümeler" ünitesinde yer alan temel kavramların öğretimine ilişkin matematiksel bilgileri, ÖMB Modelinin konu alan bilgisi

bileşeni baz alınarak incelenmesi amaçlanmıştır. Bunun için aşağıdaki sorulara yanıt aranmıştır.

1. Matematik öğretmenlerinin, kümeler konusuna ilişkin konu alan bilgilerinin durumu nedir?

1.1. Matematik öğretmenlerinin, kümeler konusuna ilişkin genel alan bilgilerinin durumu nedir?

1.2. Matematik öğretmenlerinin, kümeler konusuna ilişkin uzmanlık alan bilgilerinin durumu nedir?

1.3. Matematik öğretmenlerinin, kümeler konusuna ilişkin kapsamlı alan bilgilerinin durumu nedir?

Yöntem

Araştırmanın Deseni

Bu çalışmada, nitel araştırma yöntemlerinden biri olan durum çalışması (case study) yöntemi kullanılmıştır. Durum çalışması, bir ya da birkaç olgunun kendi gerçekliği içerisinde sistematik ve çok yönlü olarak derinlemesine inceleme olanağının olduğu yöntemdir (Cohen & Manion, 1997; Yin, 1984).

Çalışma Grubunun Belirlenmesi

Araştırmanın çalışma grubunu, 2015–2016 eğitim-öğretim yılında farklı eğitim kademelerinde (ilköğretim-ortaöğretim) görev yapan 5 matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Çalışma grubu oluşturulurken, amaçlı örnekleme tekniği ile birlikte gönüllülük esası kriter olarak alınmıştır. Bunun için, öğretmenlerin öğretmenlik meslek tecrübesi, eğitim durumu, eğitim kademeleri ve "Küme" kavramının anlatıldığı 6.sınıf (önceki müfredat) ve 9. Sınıf eğitim kademelerinde derslere girme yılları dikkate alınarak, farklı eğitim kademelerinde ve farklı bilgi düzeylerindeki öğretmenlerin araştırmaya katılması sağlanmıştır. Çalışmada, öğretmenlerin isimleri yerine, kimliklerinin gizli kalması amacıyla, (Öğretmen=Ö) Ö1, Ö2, Ö3, Ö4 ve Ö5 şeklinde kodlar kullanılmıştır. Araştırma sürecine katılan öğretmenlere ait bilgiler Tablo 2'de gösterilmektedir.

Tablo 2. Araştırmaya Katılan Öğretmenlerin Demografik Özellikleri ve Kodları

Öğretmen Adayının Kodu	Cinsiyeti	Öğretmenlik Meslek Tecrübesi	Eğitim Durumu	"Kümeler" Konusu Tecrübesi
Ö1	Erkek	9 yıl	Doktora	2 yıl
Ö2	Erkek	7 yıl	Doktora	Hiç anlatmadı
Ö3	Erkek	2 yıl	Lisans	Hiç anlatmadı
Ö4	Kadın	12 yıl	Yüksek Lisans	3 yıl
Ö5	Kadın	6 yıl	Lisans	1 yıl

Verilerin Toplanması

Bu araştırmada, veriler araştırmacı tarafından geliştirilen yarı yapılandırılmış görüşme formu kullanılarak elde edilmiştir. Yarı yapılandırılmış görüşme formu, "Kümelerde Temel Kavramlar" konusuna ilişkin Ortaöğretim 9.Sınıf Matematik Müfredatında (MEB, 2015) yer alan kazanımlar doğrultusunda, "Öğretim İçin Matematik Bilgisi (ÖMB)" modelinin "Genel Alan Bilgisi, Uzmanlık Alan Bilgisi ve Kapsamlı Alan Bilgisi" bileşenlerine göre açık uçlu sorular şeklinde hazırlanmıştır. "Genel Alan Bilgisi" bileşeni altında, "Kümelerde Temel Kavramlara" ilişkin "Küme, Evrensel Küme, Boş Küme, Sonlu Küme, Sonsuz Küme, Alt Küme ve Eşit Küme" kavramlarının tanımları ve her bir tanıma uygun örnekler verilmesi istenmiştir. "Uzmanlık Alan Bilgisi" bileşeni için, yine kazanımlar doğrultusunda hazırlanan 5 açık uçlu sorudan faydalanılmıştır. Bu görüşmeler sırasında, öğretmenlerin açık uçlu sorulara verdikleri yanıtları biraz daha derinleştirmek maksadıyla "Neden" ve "Niçin" sorularına cevap aranmıştır. Son olarak, "Kapsamlı Alan Bilgisi" bileşeni için literatürde çok net bir ayırım olmadığı için, yalnızca "Matematik öğreten kişinin matematikteki konuları ilişkilendirirken geniş bir bakış açısına sahip olması ve Matematiksel konuları hem yatay hem de dikey olarak birbirleriyle ilişkilendirebilmesi" baz alınarak, "Küme-Fonksiyon, Küme-Bağıntı, Küme-Olasılık, Küme-Limit ve Küme-Vektör" konuları arasındaki ilişki ve bu ilişkinin "Nasıl?" olduğu sorulmuştur. Soruların hazırlanmasında hem ÖMB modeli ile ilgili yapılan çalışmalardan (Ball, Thames & Phelps, 2008; Aslan-Tutak & Köklü, 2016), hem "Küme" kavramına yönelik yapılan çalışmalardan (Uğurel & Moralı, 2010; Özdemir, 2015; Zehir, Işık & Zehir, 2008; Gür, 2009) hem de matematik eğitimi ve ÖMB alanında uzman 4 öğretim üyesinin görüşlerinden faydalanılmıştır.

"Kümelerde Temel Kavramlara" yönelik hazırlanan yarı yapılandırılmış görüşme formu iki oturumdan oluşmaktadır ve her bir oturum 30 ila 40 dakika arası sürmektedir. Hazırlanan yarı yapılandırılmış görüşme formu doğrultusunda, araştırmacı herbir

öğretmenle toplam iki oturumdan oluşacak şekilde not tutarak görüşmeleri gerçekleştirmiştir. Görüşme formu çalışma grubuna uygulanmadan önce, çalışma grubu dışında olan iki öğretmenle pilot uygulama yapılmıştır. Pilot uygulama sonucunda öğretmen adaylarının anlamakta güçlük çektikleri sorular yeniden düzenlenerek görüşme formuna son hali verilmiştir.

Verilerin Analizi

Matematik öğretmenlerinin "Küme" kavramına yönelik konu alan bilgilerini incelemek amacıyla yöneltilen açık uçlu sorulara vermiş oldukları cevaplardan elde edilen verilerin çözümlenmesinde betimsel analiz tekniği kullanılmıştır. Betimsel analiz yapılırken, Yıldırım ve Şimşek (2005)'e göre, araştırmacı tarafından önceden belirlenen temalara ve kodlara göre elde edilen veriler yorumlanır ve görüşme yapılan kişilerin görüşleri doğrudan alıntılarla verilir. Bu araştırmada ilk olarak, öğretmenlerin açık uçlu sorulara vermiş oldukları yanıtlar ve yarı-yapılandırılmış görüşmelerden elde edilen verilerin hangi temalar altında sunulması gerektiği belirlenmeye çalışılmıştır. Bunun için, elde edilen veriler ayrıntılı olarak incelenmiş ve çalışmanın amacı doğrultusunda hazırlanan görüşme sorularına ve ÖMB modelinin bileşenlerine yönelik olarak araştırmacı tarafından temalar ve kodlar belirlenmiştir. Araştırmaya katılan öğretmenlerin açık uçlu sorulara vermiş oldukları cevaplar öncelikle bu temalara göre yerleştirilmiş, ardından bulgular tanımlanmış ve son olarak bulgular yorumlanmıştır. Bulgular yorumlanırken, çalışmaya katılan öğretmenlerin isimleri yerine Ö1, Ö2, Ö3, Ö4 ve Ö5 kodları kullanılmıştır. Verilerin analizi yapılırken, gerek "Kümelerde Temel Kavramlara" ilişkin verilerin tanımlamalar, gerekse kavramların birbirleri ile olan ilişkileri incelenirken MEB (2015)'nin hazırlamış olduğu öğretmen ve öğrenci ders kitapları referans olarak alınmıştır.

Bu araştırma için oluşturulan tema ve kodların listesine aşağıda Tablo 3'te yer verilmiştir. Bununla birlikte, öğretmenlerle yapılan görüşmelerin analizinde kullanılan kodlardan bazılarının nasıl kullanıldığına dair örnekler aşağıda verilmiştir.

Matematiksel tanımları doğru olarak kullanabilme:

"…canlı veya cansız varlıkların iyi tanımlanarak oluşturduğu topluluk." (Kısmen doğru açıklama)

Küme, MEB (2015)'e göre; *"iyi tanımlanmış birbirinden farklı nesnelerden oluşan topluluktur."* (Doğru açıklama)

Matematiksel açıklama yapma ve değerlendirme:

Kümenin elemanları arasında ortak bir özellik olmasına gerek yoktur. (Kısmen doğru açıklama)

Belirli amaçlar için temsiller seçme:

Tam olarak bilmiyorum. Ama kümenin elemanları arasında ortak bir özellik bulunması gerekmez. (Belirli bir temsil ve örnekleme yapılmamış)

Matematiksel konuları hem yatay hem de dikey olarak birbirleriyle ilişkilendirebilme:

Küme ve fonksiyon kavramları arasındaki ilişki için;

Tanım ve görüntü kümesi yazarken kümelerden faydalanırız. (Yeterli açıklama)

Tanım kümesi, görüntü kümesi gibi… Küme fonksiyonun temelidir. (Yeterli açıklama)

Tablo 3. Konu Alan Bilgisine Yönelik Oluşturulan Tema ve Kod Tablosu

	TEMALAR	KODLAR	
GENEL ALAN BİLGİSİ	**Matematiksel tanımları doğru olarak kullanabilme**	Küme: Evrensel Küme: Boş Küme: Sonlu Küme: Sonsuz Küme: Alt Küme: Eşit Küme:	Fikrim yok Doğru açıklama Kısmen doğru açıklama Yanlış açıklama
	Matematiksel terimleri ve notasyonları doğru olarak kullanabilme	“{ }” “∅” “⊂” “⊃” “=” “∈” “x∣” “x:”	Doğru kullanım Kısmen doğru kullanım Yanlış kullanım
UZMANLIK ALAN BİLGİSİ	**Matematiksel ifadelerin, işlemlerin ve kavramların “Neden” ve “Niçin”ini ortaya koyabilme**	Kümenin elemanları arasında ortak bir özellik olmasına gerek yoktur.	Fikrim yok Doğru açıklama Kısmen doğru açıklama Yanlış açıklama
	Matematiksel açıklamalar yapma ve değerlendirme	Tek elemanlı bir küme evrensel küme oluşturabilir. Yeryüzündeki tüm ağaçların yaprak sayısı sonlu bir küme belirtir. Boş küme, her kümenin alt kümesidir.	
	Belirli amaçlar için temsiller seçme	A ve B kümelerinin eşit küme olabilmesi için A⊂B ve B⊂A olmalıdır.	
KAPSAMLI ALAN BİLGİSİ	**Matematiksel konuları hem yatay hem de dikey olarak birbirleriyle ilişkilendirebilme**	Küme-Fonksiyon Küme-Bağıntı Küme-Olasılık Küme-Limit Küme-Vektör	Fikrim yok. İlişki vardır. İlişki yoktur.
	Matematik öğreten kişinin matematikteki konuları ilişkilendirirken geniş bir bakış açısına sahip olması	Küme-Fonksiyon Küme-Bağıntı Küme-Olasılık Küme-Limit Küme-Vektör	Fikrim yok. Yeterli açıklama Kısmen yeterli açıklama Yanlış açıklama

Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirlik Analizi

Araştırmada kullanılan yarı-yapılandırılmış görüşme formunun içerik geçerliliğini saptamak amacıyla hazırlanan görüşme formu, "Kümeler" konusu ve "Öğretim için Matematik Bilgisi (ÖMB) Modeli" alanlarında uzman olmak üzere, toplam 2 öğretim üyesi tarafından incelenmiştir. Görüşme formunda yer alan açık uçlu sorulara ilişkin uzmanlardan, hazırlanan soruların açık ve anlaşılır bir biçimde yazılıp yazılmadığı, kazanımlara ilişkin yeterli soru sorulup-sorulmadığı ve "Kümelerde Temel Kavramlara" ilişkin gerekli olan bilgileri ÖMB Modeli çerçevesinde elde edebilme ihtimallerine göre sonuç ortaya koymaları istenmiştir. Uzmanlardan gelen öneriler doğrultusunda, soru maddelerine son şekli verilerek ve bazı maddeler üzerinde değişiklikler yapılarak soru maddelerinin geçerliliği saptanmış ve soruların yeterli olduğu görülmüştür.

Araştırmanın güvenirliğini ortaya koymak amacıyla, çalışma grubunda yer alan öğretmenlerin sorulara verdikleri cevaplardan elde edilen veriler kodlandıktan sonra, araştırmacılar ve iki eğitim uzmanı ile birlikte incelenerek, kodların tutarlılığı "Görüş Birliği" ya da "Görüş Ayrılığı" olan maddeler işaretleme yapılarak belirlenmiştir. Çalışma grubunda yer alan öğretmenlerin cevaplarına göre, araştırmacıların aynı kodu kullandığı durumlar "Görüş Birliği" olarak değerlendirilirken; araştırmacıların farklı kodu kullandığı durumlar "Görüş Ayrılığı" olarak kabul edilmiştir. Araştırmanın güvenirliği için, Miles & Huberman (1994)'ın ortaya koyduğu "Güvenirlik = Görüş Birliği / (Görüş Birliği + Görüş Ayrılığı)" formülü kullanılmıştır. Miles ve Huberman (1994)'a göre, yapılan bir araştırmanın güvenilir olarak kabul edilebilmesi için, güvenirlik hesaplarının %70'in üzerinde çıkması gereklidir. Yapılan hesaplamalar sonucunda araştırmanın güvenirliği %78 bulunduğu için, araştırma güvenilir kabul edilmiştir.

Bulgular

Bu bölümde, araştırma soruları doğrultusunda öğretmenlerle yapılan görüşmelerin analizinden elde edilen bulgulara yer verilmiştir.

Genel Alan Bilgilerinin Durumu

Bu bölümde, araştırma sorularından "Matematik öğretmenlerinin, kümeler konusuna ilişkin genel alan bilgilerinin durumu nedir?" sorusuna yönelik öğretmenlerin genel alan bilgileri analiz edilmiştir. Öğretmenlere, "Kümelerde Temel Kavramlara" yönelik, "Küme, Evrensel Küme, Boş Küme, Sonlu Küme, Sonsuz Küme, Alt Küme, Eşit Küme" kavramları verilerek, öğretmenlerden bu kavramları tanımlamaları ve her bir tanıma uygun örnek vermeleri istenmiştir.

İlk tanımlanması istenen kavram olan, "Küme" kavramına yönelik öğretmenlerin tanımlamaları aşağıda Tablo 4'te gösterilmiştir.

Tablo 4. "Küme" Kavramına Yönelik Öğretmenlerin Tanımlamalarının Durumu

	Tanımlar	Örnek	Durum
Ö1	*"…topluluktur. Bir nesneler topluluğudur."*	*Masanın üzerinde duran eşyalar kümesi*	Kısmen doğru açıklama
Ö2	*"Küme, belli bir grup nesneyi ifade eder. Sınırları ve kavramları açık olan ifadelerdir."*	*Okulumuzda ismi Ahmet olan öğrencilerin kümesi*	Kısmen doğru açıklama
Ö3	*"…belirli özelliklere sahip elemanların oluşturduğu grup."*	*Negatif tam sayılar kümesi*	Kısmen doğru açıklama
Ö4	*"…canlı veya cansız varlıkların bir arada yazılması veya birleştirilmesi."*	*Tek sayılar kümesi*	Kısmen doğru açıklama
Ö5	*"…canlı veya cansız varlıkların iyi tanımlanarak oluşturduğu topluluk."*	*Türkiye'nin illeri*	Kısmen doğru açıklama
Küme, "iyi tanımlanmış birbirinden farklı nesnelerden oluşan topluluktur" (MEB, 2015).			

Tablo 4'e göre, öğretmenlerin "Küme" kavramı için "iyi tanımlanmış" veya "elemanlarının birbirinden farklı nesneler" olması şartlarına tanımlarda yer vermemiş veya eksik olarak yazdıkları görülmektedir. Bunun için, Ö1, Ö2, Ö3, Ö4 ve Ö5'in "Küme" kavramına yönelik tanımları, "kısmen doğru açıklama" olarak kabul edilmiştir. Öğretmenlerin tanımlarında eksiklikler olmasına rağmen, Tablo 4'ten, "Küme" kavramına yönelik verdikleri örneklerin hepsinin birer "Küme" belirten örnekler olduğu da görülmektedir.

İkinci tanımlanması istenen kavram olan, "Evrensel Küme" kavramına yönelik öğretmenlerin tanımlamaları aşağıda Tablo 5'te gösterilmiştir.

Tablo 5. "Evrensel Küme" Kavramına Yönelik Öğretmenlerin Tanımlamalarının Durumu

	Tanımlar	Örnek	Durum
Ö1	*"Belli bir durum için bütün nesneleri içine alan küme."*	*"{1,3,5} kümesinin Evrensel kümesini, tek sayılar kümesi olarak düşünebiliriz.*	Doğru açıklama
Ö2	*"…bir nesne grubuna ait tüm durumları içinde barındıran kümedir."*	*Okulumuz, sınıfları içine alan evrensel küme olabilir.*	Doğru açıklama
Ö3	*"…tüm kümeleri kapsayan kümedir."*	*"…Okul-sınıf ilişkisi…"*	Yanlış açıklama
Ö4	*"…bütün kümeleri içine alan kümedir."*	*A={2,5,8,11}, B={2,3} ise E={2,3,5,8,11} evrensel küme olabilir.*	Yanlış açıklama
Ö5	*"…bütün elemanları içine alan kümedir."*	*A={a,b} ise, E={Alfabedeki harfler} kümesi evrensel küme olabilir.*	Yanlış açıklama
Evrensel Küme: "Üzerinde işlem yapılan tüm kümelere ait elemanları içine alan kümedir" (MEB, 2015).			

Tablo 5'e göre, öğretmenlerden Ö3, Ö4 ve Ö5'in "Evrensel Küme" kavramının tanımlanmasına yönelik yanlış açıklama yaptıkları görülmektedir. Çünkü, "Evrensel Küme"nin, bütün kümeleri ya da elemanları içine alması veya tüm kümeleri kapsayan bir küme olması gerekmez. Bu tanımlamalar, "Evrensel Küme"nin çok büyük bir küme olması

gerektiği yanılgısına düşürebilir. Yine Tablo 5'e göre, Ö1 ve Ö2'nin, "Evrensel Küme" kavramının tanımına yönelik doğru açıklamalar yaptıkları görülmektedir. Öğretmenlerin tanımlarında yanlışlıkar olmasına rağmen, Tablo 5'ten, "Evrensel Küme" kavramına yönelik verdikleri örneklerin hepsinin birer "Evrensel Küme" belirten örnekler olduğu da görülmektedir.

Üçüncü olarak tanımlanması istenen "Boş Küme" kavramına yönelik öğretmenlerin tanımlamaları aşağıda Tablo 6'da gösterilmiştir.

Tablo 6. "Boş Küme" Kavramına Yönelik Öğretmenlerin Tanımlamalarının Durumu

	Tanımlar	Örnek	Durum
Ö1	*"…içinde hiçbir eleman olmayan kümedir"*	*"{1} kümesinin içinden, "1" elemanı alındığında "{ }" küme kalır."*	Doğru açıklama
Ö2	*"…bir kümenin hiç elemanının olmamasıdır."*	*Okulumuzda, boyu 3 metre olan öğrencilerin kümesi*	Doğru açıklama
Ö3	*"…hiç elemanı olmayan kümeye denir."*	*Boş sınıf gibi.*	Doğru açıklama
Ö4	*"…hiçbir elemanı olmayan kümeye…."*	*A={3,5 metre boyundaki insanlar}*	Doğru açıklama
Ö5	*"…hiç elemanı olmayan kümeye denir."*	*A={ }*	Doğru açıklama

Boş Küme: Herhangi bir kümeden elemanlarını çıkartırsak boş kümeyi elde ederiz (MEB, 2015).

Tablo 6'ya göre, öğretmenlerin hepsinin "Boş Küme" kavramının tanımlanmasına yönelik doğru açıklamalar yapmış oldukları görülmektedir. Bununla birlikte, öğretmenlerin "Boş Küme" kavramına yönelik verdikleri örneklerin hepsinin birer "Boş Küme" belirten örnekler olduğu da Tablo 6'dan görülmektedir.

Dördüncü olarak tanımlanması istenen "Sonlu Küme" kavramına yönelik öğretmenlerin tanımlamaları aşağıda Tablo 7'de gösterilmiştir.

Tablo 7. "Sonlu Küme" Kavramına Yönelik Öğretmenlerin Tanımlamalarının Durumu

	Tanımlar	Örnek	Durum
Ö1	*"…eleman sayısı bir doğal sayı olan kümedir."*	*100'den küçük tek doğal sayılar kümesi*	Doğru açıklama
Ö2	*"Belli bir aralıkta tanımlı olan kümedir.."*	*A={x: 3<x<5}*	Kısmen doğru açıklama
Ö3	*"…eleman sayısı sınırlı sayıda olan kümeye denir."*	*Rakamlar kümesi*	Doğru açıklama
Ö4	*"…varlıkları bir durumda sonlu olarak bitirmek…"*	*A={5'ten küçük tek rakamlar}={1,3}*	Doğru açıklama
Ö5	*"Eleman sayısı sayılabilir çoklukta olan kümelerdir."*	*A={7'den küçük doğal sayılar}*	Doğru açıklama

Sonlu Küme: Bir A kümesinin eleman sayısı bir doğal sayı ile ifade edilebiliyorsa A ya "sonlu küme" denir. Sonlu kümelerin sınırları vardır (MEB, 2015).

Tablo 7'ye göre, öğretmenlerden Ö2 hariç diğerleri "Sonlu Küme" kavramının tanımlanmasına yönelik doğru açıklamalar yapmış oldukları görülmektedir. Ö2, tanımlama yaparken "sayılabilir sonsuz küme" kavramını göz ardı ettiğinden Ö2'nin tanımlaması "Kısmen doğru açıklama" olarak kabul edilmiştir. Bu durumu Ö2'nin vermiş olduğu "Sonlu

Küme" örneğinde de görmek mümkündür. Verilen örnekte, kümeyi oluşturan elemanlar sınırlandırılmış gibi görünmesine rağmen, MEB (2015)'in "…herhangi iki rasyonel sayı arasındaki rasyonel sayıların oluşturduğu küme sonsuz kümedir." ifadesi ile çelişki oluşturan bir durum söz konusudur. Öğretmenlerden Ö2 hariç diğerlerinin, "Sonlu Küme" kavramına yönelik verdikleri örneklerin hepsinin birer "Sonlu Küme" belirten örnekler olduğu da Tablo 7'den görülmektedir.

Beşinci olarak tanımlanması istenen "Sonsuz Küme" kavramına yönelik öğretmenlerin tanımlamaları aşağıda Tablo 8'de gösterilmiştir.

Tablo 8. "Sonsuz Küme" Kavramına Yönelik Öğretmenlerin Tanımlamalarının Durumu

	Tanımlar	**Örnek**	**Durum**
Ö1	*"Eleman sayısı sonsuz büyüklükte olan kümelere denir."*	*(0,1) aralığındaki reel sayılar kümesi*	Kısmen doğru açıklama
Ö2	*"Tanım kümesi sonsuz küme olan kümedir."*	$A=\{x: x \in R\}$	Kısmen doğru açıklama
Ö3	"…eleman sayısı sonsuz sayıda olan küme…"	*Tam sayılar kümesi*	Kısmen doğru açıklama
Ö4	"Eleman sayısı sayılamayacak çoklukta olan küme."	*A={5'den büyük tam sayılar}*	Yanlış açıklama
Ö5	*"Varlıkların devam eden listesini yazmak."*	*E={Sayma sayıları}={1,2,3…}*	Yanlış açıklama

Sonsuz Küme: Sonlu olmayan kümelere "sonsuz küme" denir. Sonsuz bir kümenin eleman sayısı belirlenemez. Yani bir doğal sayı ile ifade edilemez. (MEB, 2015).

Tablo 8'e göre, Ö4 ve Ö5'in "Sonsuz Küme" kavramının tanımlanmasına yönelik yanlış açıklama yaptıkları görülmektedir. Ö4'ün tanımlaması, "Saymakla bitmez şeklinde nitelendirdiğimiz şeylere sonsuz diyemeyiz." (MEB, 2015) ifadesi ile çelişki oluştururken; Ö5'in tanımlaması ise "Sonsuz Küme" tanımına uymamaktadır. Yine Tablo 8'e göre, Ö1, Ö2 ve Ö3'ün, "Sonsuz Küme" kavramının tanımına yönelik kısmen doğru açıklamalar yaptıkları görülmektedir. Çünkü Ö1, Ö2 ve Ö3'ün tanımlama yaparken, "Sonlu Küme" ve "…bir doğal sayı ile ifade edilememe…" kavramlarını kullanmadıkları görülmüştür. Öğretmenlerin tanımlarında eksiklikler veya yanlışlıklar olmasına rağmen, Tablo 8'ten, "Sonsuz Küme" kavramına yönelik verdikleri örneklerin hepsinin birer "Sonsuz Küme" belirten örnekler olduğu da görülmektedir.

Altıncı olarak tanımlanması istenen "Alt Küme" kavramına yönelik öğretmenlerin tanımlamaları aşağıda Tablo 9'da gösterilmiştir.

Tablo 9. "Alt Küme" Kavramına Yönelik Öğretmenlerin Tanımlamalarının Durumu

	Tanımlar	Örnek	Durum
Ö1	*"Bir kümenin elemanları ile oluşan kümeye denir."*	*Bir sınıftaki öğrencilerin alt kümesi olarak o sınıftaki kız öğrencilerin kümesi alınabilir.*	Kısmen doğru açıklama
Ö2	*"Bir kümenin tüm elemanlarının başka bir kümede bulunmasıdır."*	$A=\{x: x \in Z^+\}$, $B=\{x: x \in Z\}$	Kısmen doğru açıklama
Ö3	*"Bir küme içerisinde yer alabilen elemanlardan oluşan kümeye denir."*	*T.C. kümesi içerisinde bulunan şehirlerin alt küme olması.*	Kısmen doğru açıklama
Ö4	*"Bir kümenin elemanı diğer kümenin de elemanıdır."*	$A=\{a,b,c\}$, $G=\{a,b\}$ *ise* $G \subset A$ *dır.*	Kısmen doğru açıklama
Ö5	*"Herhangi bir A kümesinin bütün elemanları, B kümesinin de elemanı ise, A'ya B'nin alt kümesi denir."*	$A=\{1,2\}$, $B=\{1,2,3,4\}$ *ise* $A \subset B$ *dir.*	Doğru açıklama

Alt Küme: A ve B herhangi iki küme olsun. A kümesinin her elemanı aynı zamanda B kümesinin de elemanı ise A kümesi B kümesinin "alt kümesi" denir (MEB, 2015).

Tablo 9'a göre, yalnızca Ö5'in, "Alt Küme" kavramının tanımlanmasına yönelik doğru açıklama yapmış olduğu görülmektedir. Yine, Tablo 9'a göre, Ö1, Ö2, Ö3 ve Ö4'ün, "Alt Küme" kavramının tanımına yönelik kısmen doğru açıklamalar yaptıkları görülmektedir. Çünkü, Ö1, Ö2, Ö3 ve Ö4'ün tanımlama yaparken, "…herhangi iki küme olması…" ve "…her elemanın diğer kümenin de elemanı olması…" kavramlarına yer vermedikleri görülmüştür. Örneğin, Ö4'ün tanımına göre, A={a,b,c} ve B={a,b,d} kümelerini göz önüne alırsak, "a, b" elemanları iki kümede de olduğu için bu kümelerin birbirinin alt kümesi olabileceği yanılgısına düşülebilir. Bununla birlikte, öğretmenlerin "Alt Küme" kavramına yönelik verdikleri örneklerin hepsinin birer "Alt Küme" belirten örnekler olduğu da Tablo 9'dan görülmektedir.

Son olarak tanımlanması istenen "Eşit Küme" kavramına yönelik öğretmenlerin tanımlamaları aşağıda Tablo 10'da gösterilmiştir.

Tablo 10. "Eşit Küme" Kavramına Yönelik Öğretmenlerin Tanımlamalarının Durumu

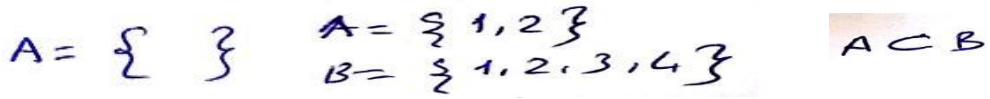
	Tanımlar	Örnek	Durum
Ö1	*"Elemanları birbirinin aynısı olan kümelerdir."*	$A=\{1,2,3\}$, $B=\{1,2,3\}$…	Doğru açıklama
Ö2	*"Bir kümenin eleman sayısının eşit olduğu başka bir küme…."*	$A=\{1,2,3\}$, $B=\{4,5,6\}$…	Yanlış açıklama
Ö3	*"Bir kümeyle başka bir kümenin aynı ve eşit sayıda elemanlardan oluşmuş olması…"*	$A=\{x: x \in Z\}$, $B=\{x: x \in Z\}$ *eşit kümelerdir.*	Doğru açıklama
Ö4	*"Elemanları ve eleman sayıları eşit olan kümelerdir."*	$A=\{d,e,f\}$, $B=\{d,e,f\}$ *ise eleman sayıları 3 ve elemanları aynı…*	Doğru açıklama
Ö5	*"Hem elemanları hem de eleman sayıları eşit olan kümeler…"*	$A=\{a,b,c\}$, $B=\{a,b,c\}$ *ise* $A=B$	Doğru açıklama

Eşit Küme: Aynı elemanlara sahip kümelere eşit kümeler denir ve bu durum A = B ile gösterilir. A = B ise $A \subset B$ ve $B \subset A$ dır (MEB, 2015).

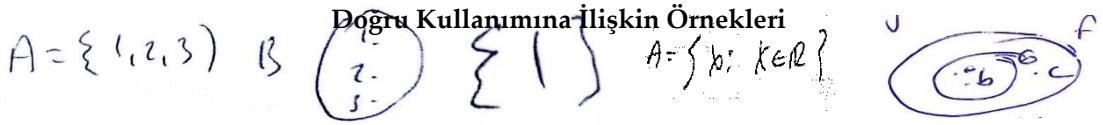
Tablo 10'a göre, Ö2 hariç diğer öğretmenlerin hepsinin "Eşit Küme" kavramının tanımlanmasına yönelik doğru açıklamalar yapmış oldukları görülmektedir. Ö2, "Eşit

Küme" tanımı yerine "Denk Küme" tanımını vermiştir. Bu durumu vermiş olduğu örnekte de görmek mümkündür. Tablo 10'da da görüleceği üzere, doğru açıklama yapan öğretmenlerin hiçbiri "Eşit Küme" kavramının tanımını yaparken, "Alt Küme" kavramı ile ilişkilendirme yapmamıştır. Yani, "A⊂B ve B⊂A ise A=B'dir." şeklinde bir tanımlama yoluna gitmemiştir. Bununla birlikte, Ö2 hariç diğer öğretmenlerin, "Eşit Küme" kavramına yönelik verdikleri örneklerin hepsinin birer "Eşit Küme" belirten örnekler olduğu da Tablo 10'dan görülmektedir.

Araştırmada, "Genel Alan Bilgisi" bileşeni altında, öğretmenlerin matematiksel terimleri ve notasyonları doğru olarak kullanıp-kullanmadıkları da incelenmiştir. Araştırma bulgularına göre, öğretmenlerin, açan ve kapatan küme parantezleri olarak bilinen "{ }" notasyonu hariç, diğer kullanılan notasyonları ve terimleri genel olarak doğru kullandıkları görülmüştür. "{ }" notasyonu için öğretmenlerden Ö1, Ö2, Ö3 ve Ö4, notasyonu her yerde aynı şekilde doğru olarak kullanmamış olmasına karşın, öğretmen Ö5, "{ }" notasyonu da dâhil tüm notasyonları her yerde (görüşme formunun) aynı şekilde doğru olarak kullanmıştır. Özellikle, "{ }" notasyonunun kullanımında öğretmenlerden Ö1, Ö2, Ö3 ve Ö4, her defasında birbirinden farklı, notasyona uygun olmayacak şekilde kullanımlar sergilemiştir.



Şekil Hata! Belgede belirtilen stilde metne rastlanmadı.**. Ö5'in Notasyonlardan Bazılarının Doğru Kullanımına İlişkin Örnekleri**



Şekil 2. Ö1, Ö2, Ö3 ve Ö4'ün Notasyonlardan Bazılarının Yanlış Kullanımına İlişkin Örnekleri

Bulgular genel olarak yorumlandığında, öğretmenlerin "Küme, Evrensel Küme, Sonsuz Küme ve Alt Küme" kavramlarını tanımlamada eksikliklerinin olduğu görülmüştür. Ayrıca öğretmenlerin, "{ }" notasyonu ve Venn şeması ile gösterim hariç, diğer notasyonları eksiksiz ve doğru olarak kullandıkları tespit edilmiştir.

Uzmanlık Alan Bilgilerinin Durumu

Bu bölümde, araştırma sorularından "Matematik öğretmenlerinin, kümeler konusuna ilişkin uzmanlık alan bilgilerinin durumu nedir?" sorusuna yönelik öğretmenlerin "Uzmanlık Alan Bilgileri" analiz edilmiştir. Öğretmenlere, "Uzmanlık Alan Bilgilerinin"

içeriğini ortaya koyabilecek şekilde, kazanımlar doğrultusunda hazırlanmış olan 5 soru yöneltilmiş ve bu soruları gerekçeleriyle birlikte açıklamaları istenmiştir.

Soru 1: "Kümenin elemanları arasında ortak bir özellik olmasına gerek var mıdır?" Bu iddia için öğretmenlerin cevapları ve gerekçeleri aşağıda Tablo 11'de görülmektedir.

Tablo 11. "Kümenin Elemanları Arasında Ortak Bir Özellik Olmasına Gerek Yoktur." İfadesine Yönelik Öğretmenlerin Yanıtları

	Cevap	Nedeni?	Durum
Ö1	Doğrudur	*Tam olarak bilmiyorum. Ama kümenin elemanları arasında ortak bir özellik bulunması gerekmez.*	Kısmen doğru açıklama
Ö2	Yanlıştır	*Ortak özelliği olması gerekir.*	Yanlış açıklama
Ö3	Doğrudur	*Ortak bir özellik tespit edememiş olmak, bir gerekçe olamaz. Kümenin tanımı gereği farklı elemanlar bir arada bulundurulabilir.*	Kısmen doğru açıklama
Ö4	Yanlıştır	*Ortak özelliği olmalı… Çok farklı elemanlar bir arada olamaz.*	Yanlış açıklama
Ö5	Doğrudur	*Elemanları herkes tarafından biliniyor ve topluluk oluşturuyor.*	Kısmen doğru açıklama

Tablo 11'e göre, Ö1, Ö3 ve Ö5, ifadenin doğru olduğunu biliyor olmalarına rağmen ifadenin "Neden?" doğru olduğu konusunda tatminkâr cevaplar ortaya koyamamış ve kısmen doğru kabul edilir matematiksel açıklama yapmışlardır. Ö2 ve Ö5 ise yanlış cevap vermişlerdir. Bununla birlikte, öğretmenlerin hiçbiri açıklama yaparken belirli bir temsil veya örnek kullanmamışlardır.

Soru 2: "Tek elemanlı bir küme evrensel küme oluşturabilir mi?" Bu iddia için öğretmenlerin cevapları ve gerekçeleri aşağıda Tablo 12'de görülmektedir.

Tablo 12. "Tek Elemanlı Bir Kümenin Evrensel Küme Oluşturmayacağı" İfadesine Yönelik Öğretmenlerin Yanıtları

	Cevap	Nedeni?	Durum
Ö1	Doğrudur	*Üzerinde çalışılan konudaki en büyük küme tek elemanlı ise olabilir.*	Kısmen doğru açıklama
Ö2	Doğrudur	*Evrensel küme üzerinde çalışılan bir gruba ait tüm elemanlar anlamına gelmektedir. Yani, boş küme üzerinde çalışırsak, {1} evrensel küme olabilir.*	Doğru açıklama
Ö3	Yanlıştır	*Evrensel küme büyük bir küme olmalıdır.*	Yanlış açıklama
Ö4	Yanlıştır	*Evrensel küme oluşturmak için birden fazla kümeye ihtiyaç var.*	Yanlış açıklama
Ö5	Yanlıştır	*Evrensel küme için birden fazla kümeye ihtiyaç vardır.*	Yanlış açıklama

Tablo 12'ye göre, Ö1, verilen ifadenin doğru olduğunu biliyor olmasına rağmen ifadenin "Neden?" doğru olduğu konusunda tatminkâr bir cevap ortaya koyamamış ve kısmen doğru kabul edilir matematiksel açıklama yapmıştır. Ö2 ise verilen ifadenin "Nedeni?" hakkında doğru açıklama yapmıştır. Ö3, Ö4 ve Ö5 ise yanlış cevap vermişler ve

de yanlış açıklama yapmışlardır. Bununla birlikte, öğretmenlerden, Ö1'in dışındakiler açıklama yaparken belirli bir temsil veya örnek kullanmamışlardır.

Soru 3: "Yeryüzündeki tüm ağaçların yaprak sayısı sonlu bir küme belirtir mi?" Bu iddia için öğretmenlerin cevapları ve gerekçeleri aşağıda Tablo 13'de görülmektedir.

Tablo 13. "Yeryüzündeki Tüm Ağaçların Yaprak Sayısının Sonlu Bir Küme Belirteceği" İfadesine Yönelik Öğretmenlerin Yanıtları

	Cevap	Nedeni?	Durum
Ö1	Yanlıştır	*Yeryüzündeki tüm ağaçların yaprak sayısı sonsuz bir küme oluşturur. Çünkü sayılamayacak kadar çok sayıda elemanı vardır.*	Kısmen doğru açıklama
Ö2	Doğrudur	*Sayılabilir bir kümedir. Bu nedenle sonsuz olamaz. Yani büyük bir küme de olsa sınırları bellidir.*	Doğru açıklama
Ö3	Doğrudur	*Sayısı fazla da olsa sayılabilen ve sonu olan elemanlar olduğu için sonlu kümedir.*	Yanlış açıklama
Ö4	Yanlıştır	----------	Fikrim Yok
Ö5	Yanlıştır	*Sayılamaz olduğu için sonsuzdur.*	Yanlış açıklama

Tablo 13'e göre, Ö2 ve Ö3, verilen ifadenin doğru olduğunu söylemişlerdir. Ayrıca, ifadenin "Neden?" doğru olduğu konusunda tatminkâr cevaplar da ortaya koymuşlar ve doğru kabul edilir matematiksel açıklama yapmışlardır. Ö1 ve Ö5 ise yanlış cevap vermişler ve de yanlış açıklama yapmışlardır. Verilen ifadeye yönelik Ö4 ise, ifadenin yanlış olduğunu, fakat "Neden?" yanlış olduğu noktasında herhangi bir fikrinin olmadığını belirtmiştir. Bununla birlikte, öğretmenlerin hiçbiri açıklama yaparken belirli bir temsil veya örnek kullanmamışlardır.

Soru 4: "Boş küme, her kümenin alt kümesi midir?" Bu iddia için öğretmenlerin cevapları ve gerekçeleri aşağıda Tablo 14'de görülmektedir.

Tablo 14. "Boş Küme, Her Kümenin Alt Kümesidir." İfadesine Yönelik Öğretmenlerin Yanıtları

	Cevap	Nedeni?	Durum
Ö1	Doğrudur	*Boş küme her kümenin alt kümesidir.*	Kısmen doğru açıklama
Ö2	Doğrudur	*Bunun için, öğrenciden boş kümenin alt kümelerini göstermesini isterdim. Boş küme, boş kümenin bile alt kümesi olduğuna göre her kümenin alt kümesi olduğunu ifade ederdim.*	Doğru açıklama
Ö3	Doğrudur	*Her küme içinde bir boş küme barındırabilir.*	Kısmen doğru açıklama
Ö4	Doğrudur	*Boş küme her kümenin alt kümesidir.*	Kısmen doğru açıklama
Ö5	Doğrudur	*Boş küme tektir.*	Kısmen doğru açıklama

Tablo 14'e göre, öğretmenlerin hepsi verilen ifadenin doğru olduğunu söylemişlerdir. Fakat sadece Ö2, bu ifadenin "Neden" doğru olduğu noktasında, doğru kabul edilebilir

matematiksel açıklama yapmıştır. Ö2 dışındaki öğretmenler, ifadenin "Neden?" doğru olduğu konusunda tatminkâr cevaplar ortaya koyamamışlar ve kısmen doğru kabul edilir matematiksel açıklama yapmışlardır. Bununla birlikte, öğretmenlerden sadece Ö2 açıklama yaparken belirli bir temsil veya örnek kullanmıştır.

Soru 5: "A ve B kümelerinin eşit küme olabilmesi için, sağlaması gereken koşullar neler olabilir? Bu iddia için öğretmenlerin cevapları ve gerekçeleri aşağıda Tablo 15'de görülmektedir.

Tablo 15. "A ve B Kümeleri Eşit Küme ise A⊂B ve B⊂A'dır." İfadesine Yönelik Öğretmenlerin Yanıtları

	Cevap	Nedeni?	Durum
Ö1	Doğrudur	*İki kümenin eşit olması için her bir elemanının kesinlikle aynı olması gerekir.*	Kısmen doğru açıklama
Ö2	Doğrudur	*Elemanları ve eleman sayıları aynı olmalıdır.*	Kısmen doğru açıklama
Ö3	Doğrudur	*Tüm elemanları ve eleman sayıları tamamen aynı olmalıdır.*	Kısmen doğru açıklama
Ö4	Doğrudur	*İki kümenin birbirine eşit olması için gerek ve yeter koşul elemanlarının ve eleman sayılarının aynı olmasıdır.*	Kısmen doğru açıklama
Ö5	Doğrudur	*Elemanları ve eleman sayılarının aynı olması gerekir. Bu yüzden birbirinin kopyası olması gerektiğini söylerim.*	Kısmen doğru açıklama

Tablo 15'e göre, öğretmenlerin hepsinin vermiş oldukları cevaplar doğrudur. Fakat öğretmenlerin hepsi eşit iki kümenin sağlaması gereken koşulları sözel olarak ifade etmiş ve kısmen doğru matematiksel bir açıklama yapmışlardır. Yani, "A=B ise A⊂B ve B⊂A olmalıdır." şeklinde, eşit küme kavramı ile alt küme kavramı arasındaki ilişkiden yola çıkılarak matematiksel bir açıklama yapılmamıştır.

Bulgular genel olarak yorumlandığında, öğretmenlerin genel olarak ifadelere doğru cevaplar verdikleri, fakat ifadelerin "Neden" ve "Niçin" böyle olduklarını matematiksel olarak açıklamada yetersiz kaldıkları görülmüştür.

Kapsamlı Alan Bilgilerinin Durumu

Bu bölümde, araştırma sorularından "Matematik öğretmenlerinin, kümeler konusuna ilişkin kapsamlı alan bilgilerinin durumu nedir?" sorusuna yönelik öğretmenlerin Kapsamlı Alan Bilgileri analiz edilmiştir.

Kapsamlı Alan Bilgisi, aktif bir öğretim için öğretmenin matematiğe kendi içerisinde bir bütün olarak, geniş bir perspektifle bakabilmesini gerektiren bilgi türüdür (Aslan-Tutak & Köklü, 2016). Bu doğrultuda, öğretmenlere, matematik müfredatındaki konulardan "Küme Kavramı" ile ilişkili olduğu düşünülen araştırmacı tarafından hazırlanan 6 adet

konu, görüşme formu şeklinde verilmiştir. Daha sonra, öğretmenlere "Küme Kavramı" ile bu konular arasında "Nasıl bir ilişki olduğunu düşünüyorsunuz?" şeklinde bir soru daha yöneltilerek, öğretmenlerden ilişkiyi açıklamaları istenmiştir.

Tablo 16. Küme Kavramı İle İlişkili Konular ve Öğretmenlerin Cevapları

	İlişki vardır.	**İlişki yoktur.**	**Emin değilim.**
Küme ve Fonksiyon arasında	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5	-	-
Küme ve Türev arasında	Ö1, Ö2, Ö4, Ö5	Ö3	-
Küme ve Bağıntı arasında	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5	-	-
Küme ve Olasılık arasında	Ö1, Ö2, Ö4, Ö5	Ö3	-
Küme ve Denklem arasında	Ö1, Ö3	Ö2, Ö4, Ö5	-
Küme ve Çember arasında	Ö1, Ö3	Ö2, Ö4, Ö5	-

Yukarıdaki tabloya göre, öğretmenlerin hepsi "Küme ve Fonksiyon" kavramları arasında ilişki olduğunu belirtmiştir. Fakat öğretmenlerden sadece Ö1 ve Ö2 yeterli açıklama yaparak "Küme ve Fonksiyon" arasındaki ilişkileri açıklayabilmiştir. Öğretmenlerden Ö1 ve Ö2'nin, "Nasıl" bir ilişki olduğuna dair açıklamaları şu şekildedir:

Ö1: Tanım ve görüntü kümesi yazarken kümelerden faydalanırız.

Ö2: Tanım kümesi, görüntü kümesi gibi… Küme fonksiyonun temelidir.

Yine tabloya göre, öğretmenlerden Ö1, Ö2, Ö4, Ö5, "Küme ve Türev" kavramları arasında ilişki olduğunu belirtirken Ö3, ilişki olmadığını belirtmiştir. Öğretmenlerden Ö1, kısmen yeterli açıklama, Ö2 yeterli açıklama ve Ö3 yanlış açıklama yapmıştır. Bu öğretmenlerin, "Nasıl" bir ilişki olduğuna dair ifadeleri aşağıda verilmiştir:

Ö1: Türev fonksiyonlara yönelik bir işlemdir. Bu noktadan ilişkilidir.

Ö2: Türev içinde tanım aralığı var. Tanımlı olduğu küme gerektiği için Küme ile ilişkilidir.

Ö3: Küme kavramı ile Türev kavramı arasında bir ilişki kuramıyorum.

Tabloya baktığımızda, öğretmenlerin hepsi "Küme ve Bağıntı" kavramları arasında ilişki olduğunu belirtmiştir. Bununla birlikte öğretmenlerin hepsi, "Nasıl" bir ilişki olduğuna dair kısmen yeterli açıklamalar yapmıştır. Öğretmenlerden Ö1 ve Ö2'nin, "Nasıl" bir ilişki olduğuna dair açıklamaları şu şekildedir:

Ö1: Bağıntı, kümeler kullanılarak elde edilir.

Ö2: Çok yakın ilişkili olduğunu düşünüyorum. Ama tam olarak ifade edemiyorum.

Tabloya göre, öğretmenlerden Ö1, Ö2, Ö4, Ö5, "Küme ve Olasılık" kavramları arasında ilişki olduğunu belirtirken öğretmen Ö3, ilişki olmadığını belirtmiştir. Öğretmenlerden Ö1, Ö2, Ö4 ve Ö5 "Nasıl" bir ilişki olduğuna dair yeterli açıklama

yaparken, öğretmen Ö3 yanlış açıklama yapmıştır. Öğretmenlerden Ö1, Ö2 ve Ö3'ün, "Nasıl" bir ilişki olduğuna dair açıklamaları şu şekildedir:

Ö1: Olası durumlar kümesi vb. kümeler oluşturmak için kümelerden faydalanılır.

Ö2: (Belli durumlar/Tüm durumlar) şeklinde bir olaya ait durumları ifade etmek için kümelerden yararlanırız.

Ö3: Doğrudan bir ilişki olduğunu düşünmüyorum.

Yine tabloya göre, öğretmenlerden Ö1, Ö3, "Küme ve Denklem" kavramları arasında ilişki olduğunu belirtirken öğretmenlerden Ö2, Ö4, Ö5 ilişki olmadığını belirtmiştir. Ayrıca, Ö1, "Nasıl" bir ilişki olduğuna dair yeterli açıklama yaparken, Ö2 yanlış açıklama yapmıştır. Öğretmenlerden Ö1 ve Ö2'nin, "Nasıl" bir ilişki olduğuna dair açıklamaları şu şekildedir:

Ö1: Çözüm kümesi yazarken kümeleri kullanırız. Liste yöntemi, ortak özellik yöntemi ile çözümü yazmak için kümeleri bilmek gerekir.

Ö2: Küme kavramı ile değişken arasında ilişki olduğunu düşünüyorum. Denklem ile bir ilişkisi olduğunu düşünmüyorum.

Tabloya baktığımızda, öğretmenlerden Ö1, Ö3, "Küme ve Çember" kavramları arasında ilişki olduğunu belirtirken öğretmenlerden Ö2, Ö4, Ö5 ilişki olmadığını belirtmiştir. Ö1 ve Ö3 "Küme ve Çember" kavramları arasında ilişki hakkında yeterli açıklama yaparken Ö2, Ö4 ve Ö5 yanlış açıklama yapmıştır. Öğretmenlerden Ö1 ve Ö2'nin, "Nasıl" bir ilişki olduğuna dair açıklamaları şu şekildedir:

Ö1: Çember, bir noktaya eşit uzaklıktaki noktalar kümesidir.

Ö2: Doğrudan bir ilişki kurulamaz.

Burada elde edilen bulguları genel olarak yorumladığımızda, öğretmenlerin çoğunun, bu araştırma için, yukarıda verilen kavramları (Küme-Fonksiyon, Türev, Bağıntı, Olasılık, Denklem, Çember) ilişkilendirme noktasında eksikliklerinin olduğu görülmüştür.

Tartışma ve Sonuç

Araştırmada ilk olarak, öğretmenlere "Genel Alan Bilgisi" altında değerlendirilmek amacıyla "Kümelerde Temel Kavramlara" ilişkin bazı kavramları tanımlamaları ve bu kavramlar hakkında örnekler vermeleri istenmişti. Bu kavramlardan, "Küme, Evrensel Küme ve Sonsuz Küme" kavramlarına ilişkin öğretmenlerin genel olarak yanlış cevaplar verdikleri, "Boş Küme ve Sonlu Küme" kavramlarına ilişkin öğretmenlerin tamamının doğru cevaplar verdikleri ve "Alt Küme ve Eşit Küme" kavramlarına ilişkin ise öğretmenlerin kısmen doğru cevaplar verdikleri tespit edilmiştir. Bu durumu biraz daha açarak incelersek;

öğretmenlerin "Küme" kavramı için "iyi tanımlanmış" veya "elemanlarının birbirinden farklı nesneler" olması şartlarına tanımlarda yer vermemiş veya eksik olarak yazdıkları görülmüştür. "Evrensel Küme" için, öğretmenlerin yaptıkları bütün kümeleri içine alması gerekliliği veya çok büyük bir küme olması gerekliliği şeklinde yapılan tanımlamalar neticesinde, öğretmenlerin "Evrensel Küme" için çok büyük bir küme olması gerektiği yanılgısı içerisinde oldukları tespit edilmiştir. Bu durum, "Uzmanlık Alan Bilgisi" içerisinde öğretmenlere sorulan, "Tek elemandan oluşan bir küme, evrensel küme oluşturabilir." ifadesine öğretmenlerin vermiş oldukları yanlış cevaplarda da kendini göstermiştir. Diğer bir kavram olan "Sonsuz Küme" kavramı için öğretmenlerin, elemanlarının sayılamayacak kadar çok olması gerekliliği şeklindeki açıklamaları, MEB (2015)'in, "Saymakla bitmez şeklinde nitelendirdiğimiz şeylere sonsuz diyemeyiz" açıklaması ile çelişki oluşturmaktadır. Öğretmenler yukarıda verilen kavramlara ilişkin yanlış veya eksik açıklamalar yapmış olmalarına karşın, örnek verirken öğretmenlerin hepsi de yukarıdaki kavramlara ilişkin doğru örnekler vermiştir. Bu durum, öğretmenlerin "Kümelerde Temel Kavramlara" ilişkin tanımlamalarında eksikliklerinin olduğu şeklinde açıklanabilir.

Araştırmada, öğretmenlere "Genel Alan Bilgisi" altında sorulan temel kavramlara ilişkin daha detaylı bilgi edinmek amacıyla, araştırmacı tarafından "Uzmanlık Alan Bilgisinin" içeriğine göre ve "Neden?" ve "Niçin?" şeklinde sorularla da kapsamı genişletilecek şekilde hazırlanmış 5 adet soru yöneltilmişti. Burada amaç, sorulan sorulara ilişkin öğretmenlerin farklı temsillerle veya örneklerle açıklamalar yapmaları ve sorular üzerinde "Nedeni?" ve "Niçini?" ile derinlemesine bilgiler elde etmekti. Sonuç olarak bu çalışma için, yöneltilen sorulara öğretmenlerin genel olarak yüzeysel ya da eksik cevaplar verdikleri, sorulara matematiksel açıklamalar getirmekten ziyade genel bir matematik bilgisi ile açıklamalar yaptıkları ve bazı yerlerde de yanlış cevaplar verdikleri gözlenmiştir. Bununla birlikte, öğretmenlerin özellikle "Sonsuz Küme", "Evrensel Küme" ve "Eşit Küme" kavramlarına yönelik yüzeysel bilgilere sahip oldukları gözlenmiştir. Bu durumu, öğretmenlerin "Evrensel Küme" için, çok fazla elemanı olan veya çok büyük elemanlardan oluşan bir küme olması gerektiği; "Sonsuz Küme" için ise sayılamayacak kadar çok elemandan oluşan bir küme olması gerektiği şeklindeki açıklamalarında da görmek mümkündür. Ayrıca öğretmenler, "Eşit Küme" kavramı için elemanları ve eleman sayıları birbirinin aynısı olan kümeler olması gerektiğini ifade etmiş ama hiçbir öğretmen "Alt Küme" kavramı ile ilişkilendirerek ($A=B \Leftrightarrow A \subset B$ ve $B \subset A$) açıklama yapmamıştır.

Araştırmada son olarak öğretmenlerin matematiğe bir bütün olarak nasıl bakabildiklerini ortaya koymak amacıyla, öğretmenlere "Kapsamlı Alan Bilgisi" altında, matematik müfredatında hem yatay da hem dikey de (9. Sınıf – 5,6,7,8,9,10,11. Sınıf) "Küme Kavramı" ile ilişkili olabilecek 6 kavram (Fonksiyon, Türev, Bağıntı, Olasılık, Denklem, Çember) ve "Nasıl bir ilişki?" olabileceği sorulmuştu. Öğretmenlerin bir kısmının "Küme Kavramı" ile yukarıda verilen matematiksel kavramları birbiri ile ilişkilendirme noktasında sıkıntılar yaşadıkları, bir kısmının ise herhangi bir ilişki kuramadıkları görülmüştür. Oysaki sayılar kümesi, mantık, fonksiyon, olasılık, nokta, doğru, düzlem, limit, türev vb. birçok konu "Küme" kavramının üzerine inşa edilmiş konulardır ve ancak "Küme" kavramının öğretiminden sonra öğrencilere kazandırılabilecek konulardır (Özdemir, 2015).

Sonuç olarak, öğretmenlerin açık uçlu sorulara ve yarı yapılandırılmış görüşme sorularına vermiş oldukları cevaplar incelendiğinde, "Kümelerde Temel Kavramlara" ilişkin konu alan bilgilerinde eksikliklerin olduğu tespit edilmiştir. Yapılan birçok araştırma, "Küme" kavramının öğrenciler tarafından zor kazanılan matematikteki soyut kavramlardan biri olduğunu (Baki & Şahin, 2004) ve öğrencilerin "Küme" kavramına ilişkin yüzeysel anlamalara ve kavram yanılgılarına sahip olduklarını (Uğurel & Moralı 2010; Gür, 2009) ve bu sebeple "Küme" kavramının öğretimi esnasında farklı temsillerle, somut örneklerle öğrencilerin zorluklarının azaltılabilmesinin (Baykul, 1999) mümkün olacağını ortaya koymaktadır. Ayrıca, öğretmenlerin, "Kümeler" konusuna ve bununla ilişkili diğer konulara bir bütünlük içerisinde, geniş bir bakış açısıyla bakabilmeleri ve de "Kümeler" konusunu ve matematikteki diğer konuları öğretirken birbirleri ile ilişkilendirebilmeleri ancak derinlemesine konu alan bilgisine sahip olmasıyla mümkündür. Bu sebeple, Ball, Thames & Phelps (2008)'inde ortaya koymuş olduğu gibi öğreteceği herhangi bir konu hakkında derinlemesine bilgi sahibi olmayan öğretmenin, öğrencilerin öğrenmelerine katkısının da yeterli olamayacağı aşikârdır.

Öneriler

Araştırmanın bulgu ve sonuçları ışığında aşağıdaki öneriler sunulabilir;

- Öğretmenlerin "Kümeler" konusunu ve "Kümeler" konusu ile ilişkili olabilecek diğer kavramları öğretirken birbirleri ile ilişkilendirebilmeleri ancak derinlemesine konu alan bilgisine sahip olmalarıyla mümkün olabilecektir. Bu sebeple, öğretmenlerin konu alan

bilgilerini derinleştirmeleri, yüzeysel açıklamalardan ziyade matematiksel açıklama yapabilecek seviyede konu alan bilgisine sahip olmaları gereklidir.

- Öğretmenlerin, "Kümelerde Temel Kavramlara" ilişkin doğru örnekler verdikleri fakat tanımlarında eksikliklerin olduğu görülmüştür. Bu sebeple, öğretmenlerin matematiksel tanımlara hâkim olması da konu alan bilgisinin derinleşmesinde önem arz etmektedir.

- Öğretmenlerin konu alan bilgileri zenginleştirilerek matematikteki kavramlara farklı bakış açısıyla yaklaşabilmeleri ve de farklı temsillerle kavramları anlatabilmeleri sağlanmalıdır.

- Öğretmenlerin gerek ulusal gerekse uluslararası yapılan akademik çalışmalardan faydalanmaları sağlanarak, matematikteki herhangi bir kavram hakkında, kavrama yönelik derinlemesine bilgi elde edebilmeleri, farklı bakış açıları, farklı örnekler ve farklı yaklaşımları görebilmeleri sağlanmalıdır.

Araştırma bulguları ve yukarıda sayılan öneriler ışığında, matematikteki tüm tanımları ve kavramları kapsayacak şekilde tanımlara ve kavramlara eleştirel bakabilme, tanımları ve kavramları farklı açılardan yorumlayabilme, kavram yanılgılarını tanıyabilme yetisi öğretmen adaylarına lisans eğitimi sürecinde verilecek derslerle, görevde olan öğretmenlere ise hizmet içi eğitim programları ile kazandırılmalıdır.

Kaynaklar

Akkoç, H., Özmantar, M.F., Bingölbali E., Demir, S., Baştürk S & Yavuz, İ. (2011). Matematik öğretmen adaylarına teknolojiye yönelik pedagojik alan bilgisi kazandırma amaçlı program geliştirme (Proje No: 107K531) TÜBİTAK Projesi.

Appleton, K. (2003). How do beginning primary school teachers cope with science? Toward an understanding of science teaching practice. *Research in Science Education, 33*, 1–25.

Aslan-Tutak, F. & Köklü O. (2016). *Matematik eğitiminde teoriler*. (Ed: Bingölbali, E; Arslan S; Zembat İ.Ö.), Öğretmek için matematik bilgisi, (ss. 701-721), Ankara:Pegem Yayıncılık

Azar, A. (2011). Türkiye'deki öğretmen eğitimi üzerine bir söylem: Nitelik mi, nicelik mi?, *Yükseköğretim ve Bilim Dergisi, 1*(1), 36-38.

Baki, A. & Şahin, S. M (2004). Bilgisayar destekli kavram haritası yöntemiyle öğretmen adaylarının matematiksel öğrenmelerinin değerlendirilmesi, *Turkish Online Journal of Educational Technolohy*, *3*(2), 91-104.

Ball, D. L. & McDiarmid, G.W., (1990). *The subject matter preparation of teachers, handbook for reseach on teacher education*, In R.Houston (Ed), Newyork:Macmillan.

Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389-407.

Başkan, G. A. (2001). Öğretmenlik mesleği ve öğretmen yetiştirmede yeniden yapılanma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 20*(20).

Baykul, Y. (1999). *İlköğretimde matematik öğretimi, öğretmen el kitabı: Modül 6*. Ankara: Milli Eğitim Yayınları.

Cohen, D. K., McLaughlin, M. W & Talbert, J. E. (1993). *Teaching for understanding: challenges for policy and practice.* San Francisco: Jossey- Boss.

Cohen, L & Manion, L. (1997). *Research methods in education*. London: Routledge.

Connel, R. (2009). Good teachers on dangerous ground: Towards a new view of teacher quality and professionalism, *Critical Studies in Education, 50*(3), 213-229.

Davis, C. E. (2003). *Prospective teachers subject matter knowledge of similarity. Mathematics educations*, PhD Thesis, Raleigh.

Gür, H. (2009). 8. ve 9. sınıf öğrencilerinin kümeler konusundaki temel hataları ve kavram yanılgılarının belirlenmesi. *e-Journal of New World Sciences Academy Education Sciences, 4* (3), 678-694.

Karal Eyüboğlu, I.S. (2011). *Fizik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgi (Pab) gelişimi*. Yayımlanmamış doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Küçükahmet, L. (2008). Etkili öğretimin ilkeleri. *Türkiye Özel Okullar Birliği Dergisi, 3*, 28-35.

Miles, M. B. & Huberman, A.M. (1994). *Qualitative data analysis: an expanded sourcebook. (2nd Edition)*. California: SAGE Publications.

Milli Eğitim Bakanlığı, (2015). Ortaöğretim matematik dersi (9. 10. 11. ve 12. sınıflar) öğretim programı, Alınan yer https://ttkb.meb.gov.tr. (15.04.2015 tarihinde alınmıştır)

Öner, D. (2010). Öğretmenin bilgisi özel bir bilgi midir? Öğretmek için gereken bilgiye kuramsal bir bakış. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi, 27* (2), 23-32.

Özdemir H. (2015). *Gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımının ortaöğretim 9. Sınıf kümeler ünitesi öğretiminde öğrenci başarısına etkisi,* Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum.

Shulman, L.S. (1986). Those who understand; knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4-14.

Şişman, M. (2011). *Eğitim bilimine giriş*. Ankara: Pegem Akademi

Toluk Uçar, Z. (2009). Developing pre-service teachers understanding of fractions through problem posing. *Teaching and Teacher Education, 25*(1), 166–175.

Uğurel, I. & Moralı, S. (2010). Ortaöğretim öğrencilerinin kümeler konusundaki öğrenmelerinin değerlendirilmesi-ı. *Akademik Bakış Dergisi, 22*, 1-25.

Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2005). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri. (2. Baskı)*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yin, R. (1984). *Case study research: Design and methods (1.baskı)* Beverly Hills, CA: Sage Publishing

Zehir, H., Işık, A. & Zehir, K. (2008). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının kümeler konusundaki kavramsal bilgi düzeyleri, *Bayburt Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 3*, 61-75.